実践事例３－１　第３学年　式の展開と因数分解

本単元でよく見られる生徒のつまずき

次の式を因数分解しなさい。

$4x^2-12x+9$

共通因数でくくり出すことができないため、どの公式を使えばよいか判断できない。

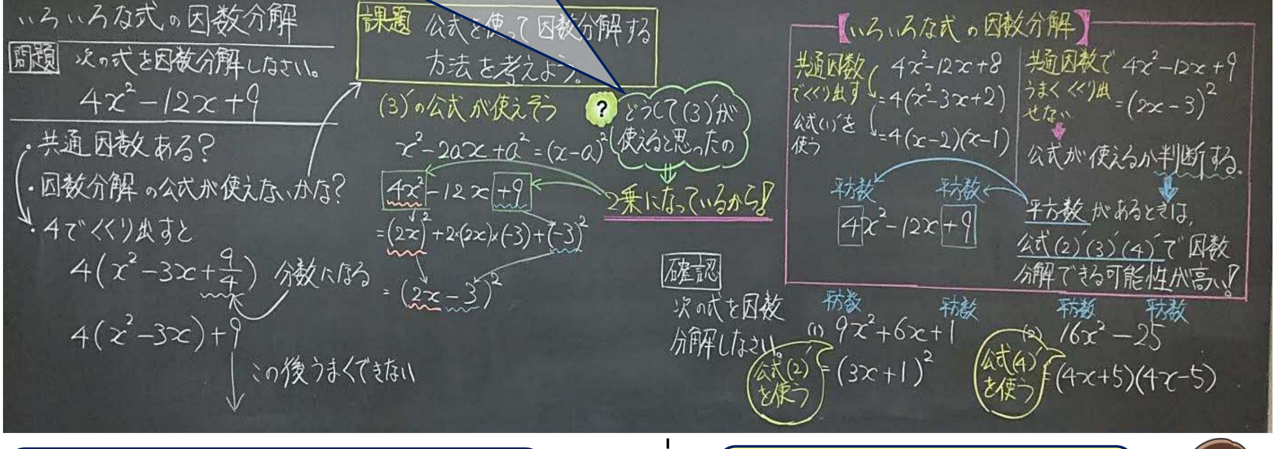
共通因数でくくり出してから公式を使って因数分解できる多項式と混同し、解法の見通しがもてない。

授業での指導の工夫

【本時の目標】多項式を見て、適切な因数分解の方法を判断することができる。

【深い理解につながる発問の工夫】
- 他の式でも判断できるよう、判断の理由を明らかにするために、因数分解の公式(3)’を選んだ理由を問い返します。

【まとめの工夫】
- 判断の理由を明確にできるよう、判断に迷う２つの場合を並べて板書し、理由を対比できるようにします。



この式に共通因数はあるのかな？４をくくり出しても、うまくいかないよ。

共通因数がないなら、因数分解の公式が使えるんじゃないかな。

では、公式を使って因数分解をする方法を考えよう！

因数分解の公式(3)’が使えそうです。

どうして因数分解の公式(3)’が使えそうだと思ったのかな？

$4x^2$と$+9$の２つの項が、$2x$と-3の２乗になっているので、公式が使えると思いました。

授業づくりで大切にしたいこと

○　生徒が言葉や数などの数学的な表現を用いて、簡潔、明瞭、的確に表現する場面の設定

○　問題解決の過程を振り返り、どこに着目し、どう考えるとよりよく解決できたのかを整理する場面の設定

本単元でよく見られる生徒のつまずき

$\sqrt{5}=2.236$、$\sqrt{50}=7.071$ として、$\sqrt{500}$ と$\sqrt{5000}$の値を求めなさい。

近似値が示された平方根の整数倍に変形できないなど、目的に応じた変形ができず、数量を捉えることができない。

授業での指導の工夫

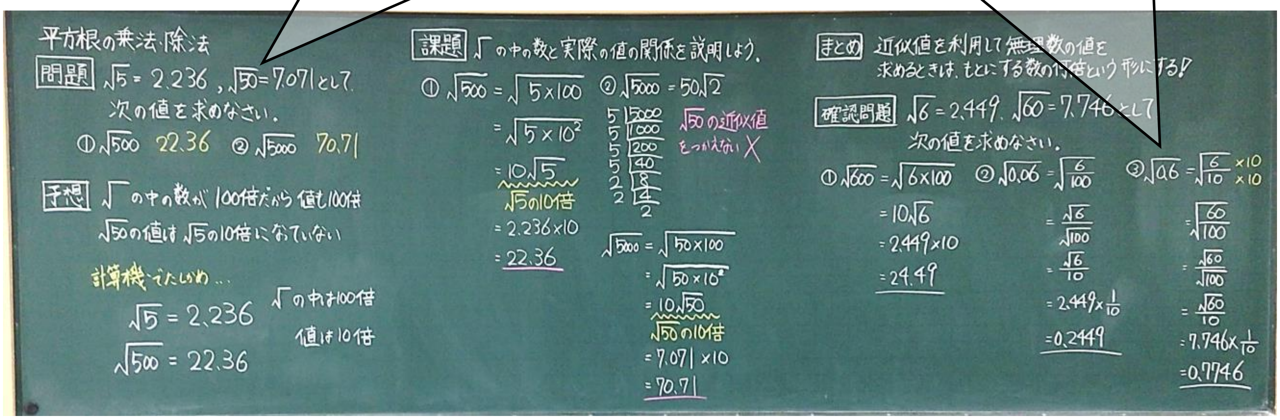
【本時の目標】目的に応じて平方根を変形し、平方根の数量を捉えることができる。

【問題設定の意図の明確化】

- 問題解決の場面によっては、平方根を$a\sqrt{b}$の形にするとき、根号の中の数をできるだけ小さい自然数にしない場合もあることに気付くことができるよう、問題の場面や数量を設定します。

【学習内容を活用する問題の提示】

- 生きて働く数学的な知識に支えられた技能を身に付けるためには、学習した技能を活用しながら試行錯誤する学びが必要であることから、①②のように、学んだことを当てはめる問題だけでなく、③のように、本時で学んだ技能を活用して考える問題を提示します。



$\sqrt{5000}=50\sqrt{2}$ という変形で問題は解決できましたか。

素因数分解は間違っていないけれど、$\sqrt{5}$か$\sqrt{50}$ の何倍かになっていないと、近似値を使うことができません。

では、$\sqrt{5000}$が$\sqrt{5}$や$\sqrt{50}$の何倍になっているか考えてみましょう。

$\sqrt{5000}$が$\sqrt{50}$の$\sqrt{100}$倍と考えると、①と同じように考えられそうです。

$\sqrt{100}$倍が10倍と同じだということを使うと簡単に考えられそうです。

授業づくりで大切にしたいこと

○　誤答をきっかけに生徒の考えを更に深める場面の設定
○　問題解決の過程で身に付けた力を活用する確認問題の設定

本単元でよく見られる生徒のつまずき

$-x^2+3x+9=0$ を解きなさい。

誤答の例：$x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{-2}$

x^2 の係数が負の数の２次方程式で、分母の負の数を処理できず、そのまま解としてしまう。

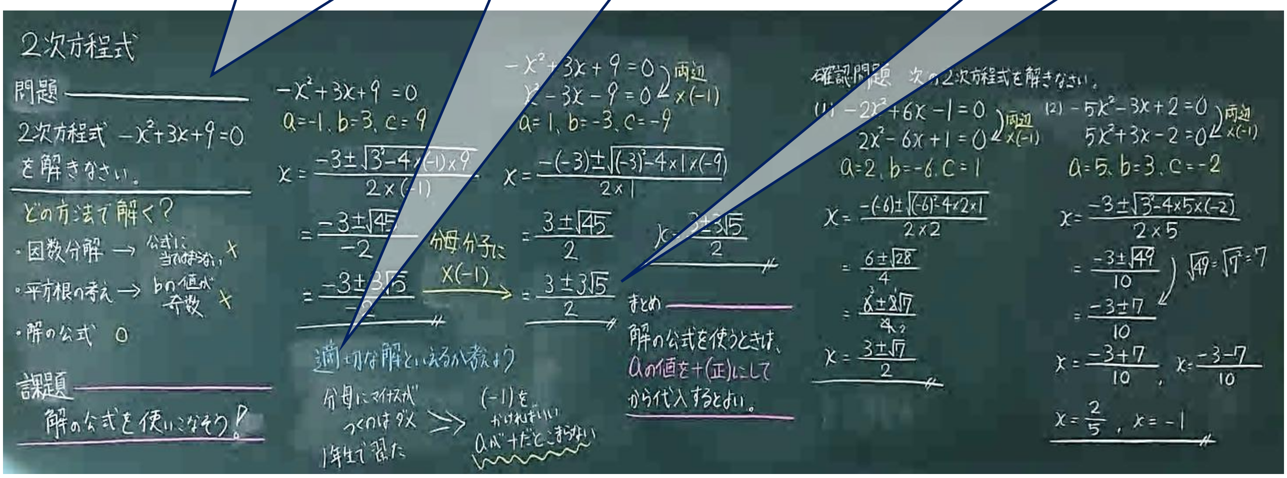
授業での指導の工夫

【本時の目標】解の公式を使って，二次方程式を解くことができるようにする。

【解決の見通し】
- 問題提示の場面では、「予想を立てる」「解決の方針を考える」「解決の方法を確認する」など、見通しをもたせ、多くの生徒が自分の考えをもって進めることができるようにします。

【再思考する場面】
- 分母が負の数になっていることが適切かどうか再思考し、さらに解決の方法を話し合います。
- 自発的に解決の方針を導くことで、(−1)をかけて正の数にすることに気付くことができるようにします。

【解決の過程の振り返り】
- 振り返りでは、まとめだけでなく、$\pm3\sqrt{5}$に(−1)をかけても$\pm3\sqrt{5}$から変わらないことなど、問題解決の過程で働かせた数学的な見方・考え方を振り返ることが大切です。



$x=\dfrac{-3\pm3\sqrt{5}}{-2}$ は解として適切でしょうか？

たしか１年生の時に、分母にはマイナスを付けないようにすると習ったような・・・

解の分母が負の数にならないようにする方法はないでしょうか？

x^2の係数を正の数にしてから、解けばよいと思うよ。

方程式に -1をかけてから計算すればよいね。

授業づくりで大切にしたいこと

○　問題解決の見通しをもつ場面の設定
○　公式を適切に用いる方法を確認する場面の設定
○　問い返しで再思考させ、解決方法について説明し合う場面の設定

本単元でよく見られる生徒のつまずき

$y=2x^2$で$-1 \leqq x \leqq 2$のとき
yの変域を求めなさい。
多い誤答例：$2 \leqq y \leqq 8$

　一次関数と同様に考えてしまい、xの変域の両端の値を式に代入して y の値を求めてしまう。

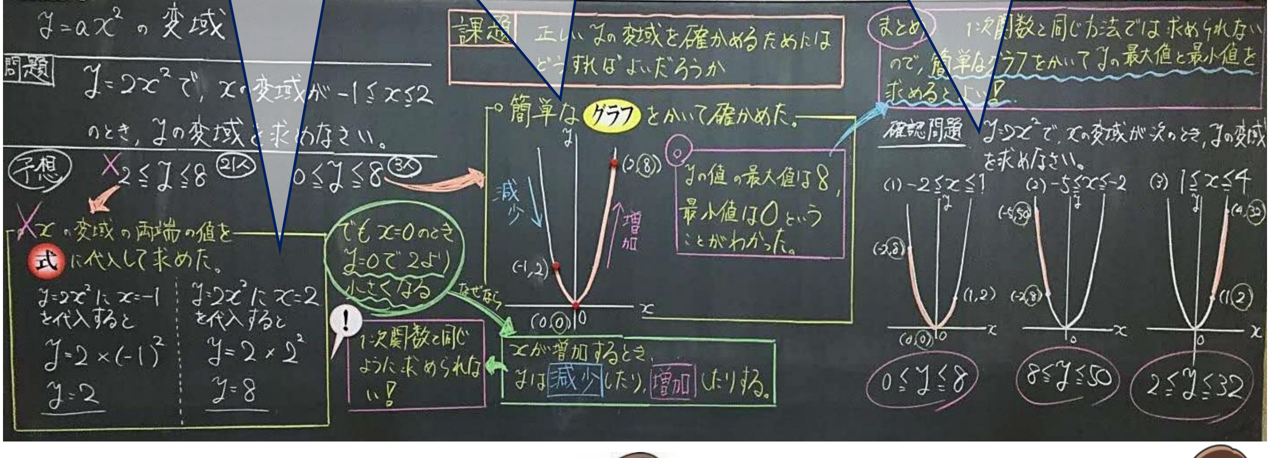
授業での指導の工夫

【本時の目標】関数 $y=ax^2$で、x の変域に対応するy の変域を求めることができるようにする。

【誤答を生かした授業展開】
・一次関数と同様の考え方による$2 \leqq y \leqq 8$と、$x=0$のとき$y=0$で2より小さい場合があることを比べ、一次関数と何が異なるのか振り返り、考えるきっかけをつくります。

【生徒の思考を構造化した板書】
・授業の流れが一目でわかるよう、板書計画を基に、生徒が個人思考や集団思考をする中で表出される数学的な見方や考え方を板書するなど、生徒の意見を取り入れ、まとめていきます。

【統合的・発展的に考察】
・一次関数と同様に解決できる場合とできない場合の違いは何か、定数が負の数の場合はどうなるのかなど、新たな問いが生まれる確認問題を提示し、統合的・発展的に考えられるようにします。



xの変域の両端の値を式に代入すれば、yの変域が確かめられるはずだ。

yの値が、２より小さくなるな。

正しいyの変域を確かめるためにはどのようにすればよいかな？

グラフをかいたら、確かめられそうだよ。

このような誤答を出さないためには、どのようにyの変域を求めたらよいかな？

式だけでは間違える可能性があるので、グラフをかいて求めるとよいと思います。

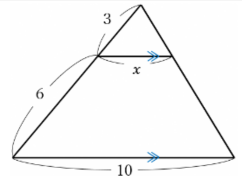
授業づくりで大切にしたいこと

○　正答と誤答を比較する場面の設定
○　表・式・グラフを相互に関連付けて考える必要性について、生徒が説明する場面の設定

実践事例３－５　第３学年　図形の相似

本単元でよく見られる生徒のつまずき

次の図の x の値を求めなさい。
誤答の例　$3:6=x:10$
$x=5$



対応させる辺を正しく判断できず、比例式を間違えてしまう。

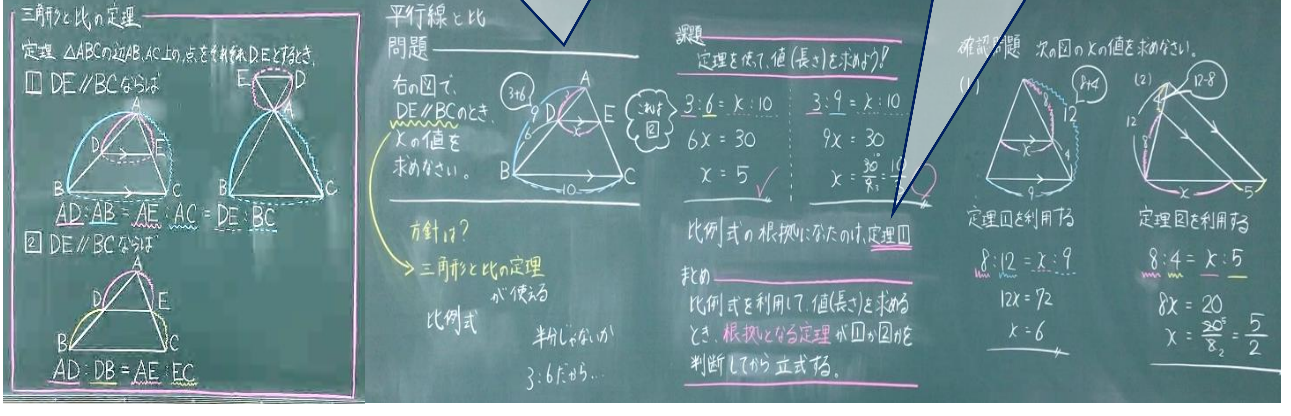
授業での指導の工夫

【本時の目標】三角形と比の定理を利用して線分の長さを求めることができるようにする。

【ＩＣＴの活用】
・既習の知識を、モニターやスクリーンに提示しておくことで、生徒の思考の補助となるようにします。板書やノートの画像など、自分たちの学習場面を想起できる素材を用いることで、より効果的になります。

【図と式を関連付ける表現】
・定理 $\boxed{1}$ については赤・青の２色と、直線・波線・破線の形の組み合わせで図の中に示し、比例式の数値の下にも同様に示すことで、図と式を関連付けて表現するなど、単元を通して、比が等しくなる辺の表現を統一します。

【立式の方針の確認】
・根拠となる定理を明確にしてから立式することにより、立式の段階で必要な数量に着目したり、立てた式を振り返って正しく関係を表すことができているかを確かめたりできるようにすることが大切です。



どちらの比例式が正しいでしょうか。

昨日のノートを振り返ってみると、$x:10$ の比を使えるのは定理$\boxed{1}$だね。

定理$\boxed{1}$を根拠にするとどのような比例式になりますか。

辺ＡＢの長さを求めれば、定理$\boxed{1}$の関係が使えそうだ。

赤と青の辺の比になるから、$3:9=x:10$ になります。

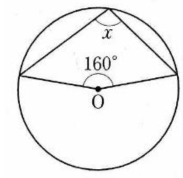
授業づくりで大切にしたいこと

○　既習事項をモニターに表示するなど、見通しの補助
○　図と式を関連付ける表現の統一
○　図と式を関連付けて振り返る場面の設定

実践事例３－６　第３学年　円周角と中心角

本単元でよく見られる生徒のつまずき

右の図の$\angle x$の大きさを求めなさい。
誤答例：$\angle x = 80^\circ$



円周角と中心角の関係が正しく理解できず、与えられた中心角を半分にしただけで円周角が求められたと勘違いしてしまう。

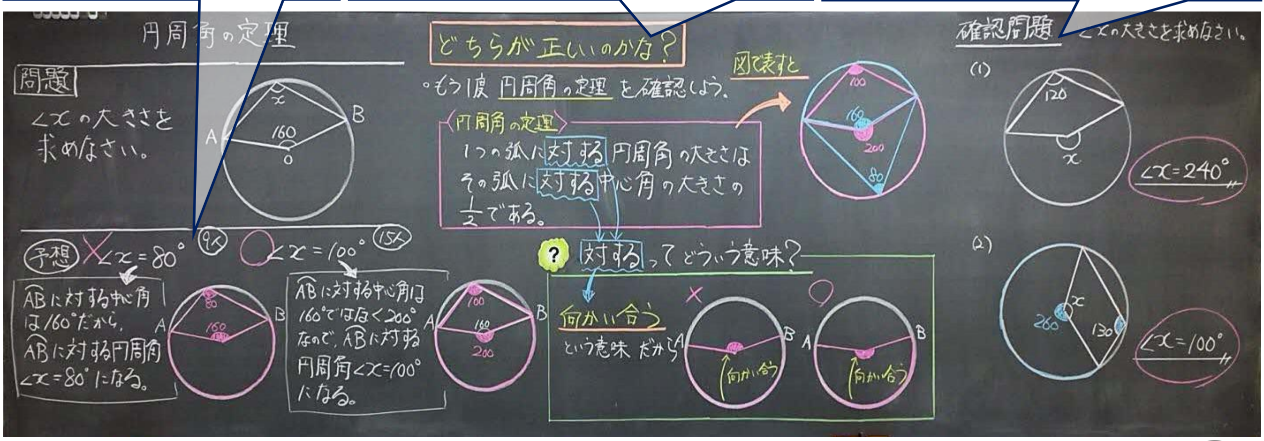
授業での指導の工夫

【本時の目標】円周角の定理を利用して角の大きさを求めることができるようにする。

【導入で課題を明確化】
・誤答が多い問題を提示し、考え方の違いを確認することで、本時の課題を明確にできるようにします。

【展開で意見を練り上げて課題を解決】
・対話を通じて自分の考えを他者に伝えながら課題を解決できるよう、ペアやグループで話し合う場面を設定します。

【終末で内容の習得を確認】
・教師が指導を改善したり、生徒が自分自身の学習状況を自覚したりできるよう、確認問題を提示し、理解の状況を把握できるようにします。



中心角が160°だから円周角の定理を使って$\angle x$は80°になるはずだ。

あれ？中心角と円周角の向きが違うような気がするけど。

２つの考え方が出されましたが、どちらが正しいのかな？

もう一度、円周角の定理を確認したらいいと思います。

弧に対するの『対する』とはどういう意味だったか覚えていますか？

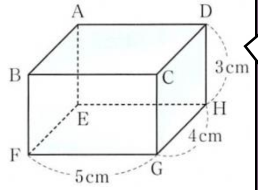
「向かい合う」という意味なので正しいのは$\angle x = 100^\circ$の方だと思います。

授業づくりで大切にしたいこと

○　生徒が必要感をもって定理の意味を振り返る場面の設定
○　個人思考の後の集団思考において、互いの考えを比較しながら課題を解決する学習活動の設定

本単元でよく見られる生徒のつまずき

右の図の直方体の表面に、点Ｂから点Ｈまで糸をかけるとき、もっとも短くなる糸の長さを求めなさい。



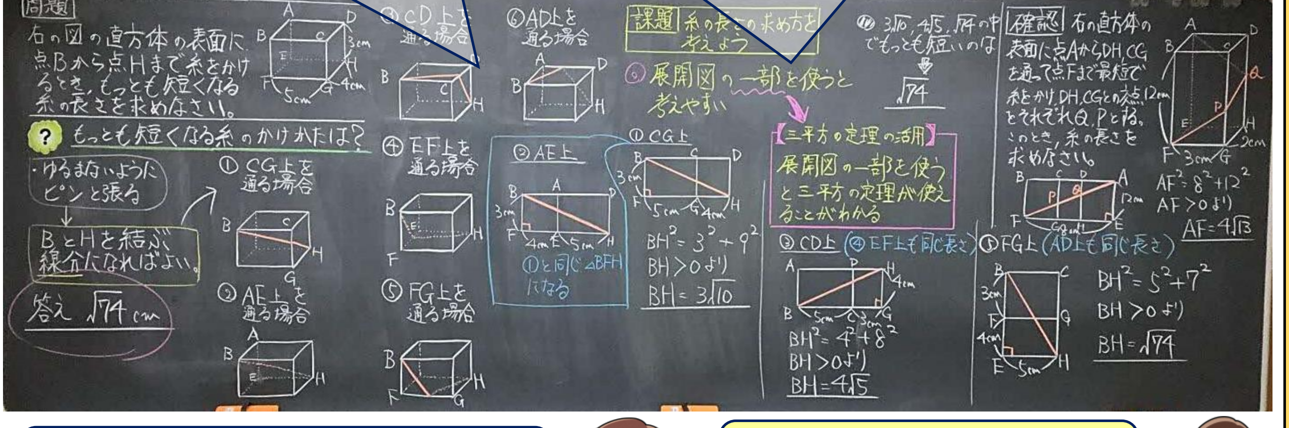
見取図だけでは必要な要素に着目しにくいため、解決の見通しがもてない。

授業での指導の工夫

【本時の目標】もっとも短い糸の長さを求めるために、三平方の定理を活用することができる。

【事象の数学化を可視化】
・見取図に糸をかけた図を具体的に示すなど、数学を使って考える方法を可視化することにより、解決の見通しをもてるようにします。

【直角三角形に着目して問題を焦点化】
・数学化した問題を更に焦点化する過程を意識できるよう、展開図の中で直角三角形がある部分に着目して考える場面を設定します。



どのような糸のかけ方がもっとも糸が短くなるのかな？

点Ｂと点Ｈを結ぶ最短距離だから図でかくと①から⑥のような感じかな。

どうしたら図に示した糸の長さを求められるかな？方法を考えてみましょう。

展開図で考えてみると、直角三角形を見付けたよ。

見付けた直角三角形は、展開図のどの部分にあるの？

四角形ＢＦＨＤを見ると見付けられるよ。底辺と高さが分かったからＢＨの長さが求められそうだね。

授業づくりで大切にしたいこと

○　生徒が自ら事象を数学化したり問題を焦点化したりする過程を単元全体にバランスよく設定

○　数学化や焦点化をする際に働かせる数学的な見方・考え方を教材研究で明確化

実践事例３－８　第３学年　標本調査

本単元でよく見られる生徒のつまずき

ある池に生息しているコイのおよその数を推定しなさい。

母集団の傾向を推定する方法についての実感を伴った理解が不十分で、適切な調査の方法を考えたり、その方法で推定できる根拠を明確にしたりすることができない。

授業での指導の工夫

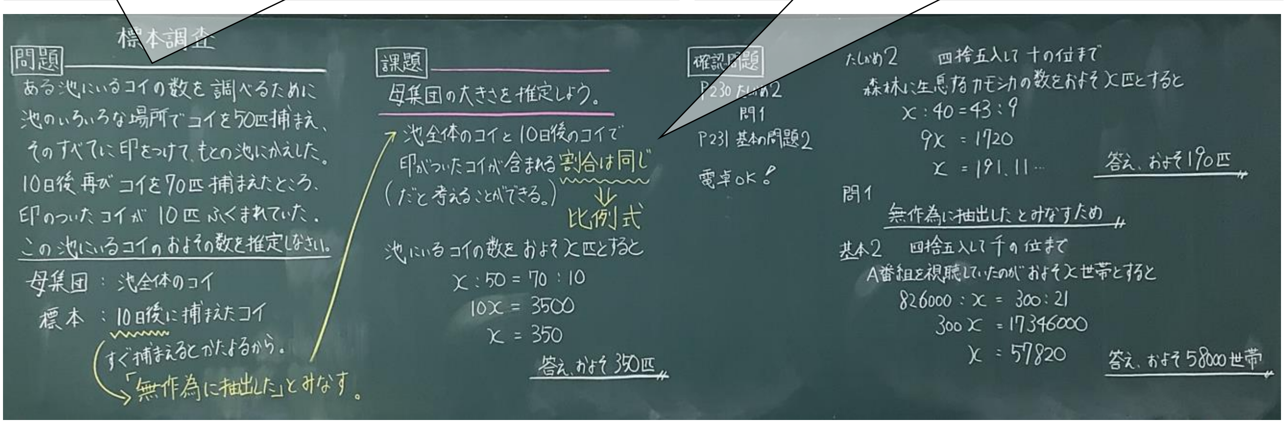
【本時の目標】母集団の数を調べる標本調査の方法や根拠を説明することができる。

【問題解決の過程を意識した指導】

・この事象の問題解決では、①標本調査を用いて事象を数学化する過程、②数学化した問題を解決する過程、③得られた結果を考察する過程の３つの過程が考えられます。本実践では、①の過程を問題で提示し、生徒に問い返しながら遂行しています。

【学習を調整する方法を指導】

・②の過程では、計算の根拠となる既習の内容について生徒が教科書やノート等で自ら振り返る場面を設定するなど、解決に向けた学習方法を指導しています。
・①③の過程は、単元の他の時間にバランスよく位置付けます。



なぜ再び捕まえるのは10日後にする必要があるのでしょうか。

すぐに捕まえると印を付けたコイが多くなるからかなぁ…

10日後にすると偏りが少なくなるから「無作為に抽出した」とみなすことができそうだね。

割合が同じであることは、これまでどのような式で表しましたか。

１年生では、同じ味のソースを作るという場面で、同じ割合で材料を混ぜるという考えを使ったよね。

今回も割合が同じであると分かったから、比例式で表現できそうだ。

授業づくりで大切にしたいこと

○　問題解決に必要な過程を明確化し、指導計画にバランスよく設定
○　問題が解決できなくても、粘り強く自己調整できるようにするための指導場面の設定