

高等学校数学科学習指導案

学校名 北海道帯広三条高等学校
 授業者 教諭 山上 祥吾
 日時 令和5年11月28日(火)
 第3校時 10:35～11:20
 対象 2年5・6組 αクラス (31名)
 場所 2年5組 HR教室

1 単元名

数学Ⅱ 第5章 指数関数と対数関数 第2節 対数関数

教科書：高等学校 数学Ⅱ（数研出版）／副教材：4プロセス 数学Ⅱ（数研出版）

2 単元の目標と評価規準

(1) 単元の目標

- ・指数関数・対数関数についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。 【知識及び技能】
- ・二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉えて問題解決したり、関数関係に着目し、事象を的確に表現してその特徴を数学的に考察する力、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする力を身に付ける。 【思考力、判断力、表現力等】
- ・指数関数・対数関数について、数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。 【学びに向かう力、人間性等】

(2) 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①指数を正の整数から有理数へ拡張する意義を理解し、指数法則を用いて数や式の計算をすることができる。	①指数と対数を相互に関連付けて考察することができる。	①事象を指数関数・対数関数の考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしている。
②指数関数の値の変化やグラフの特徴について理解している。	②指数関数及び対数関数の式とグラフの関係について、多面的に考察することができる。	②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。
③対数の意味とその基本的な性質について理解し、簡単な対数の計算をすることができる。	③二つの数量の関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。	
④対数関数の値の変化やグラフの特徴について理解している。		

3 指導における考え方

(1) 教材観

指数関数・対数関数については、バクテリアの増殖や放射性物質の崩壊など、自然現象の中に見られる生成や発展、減衰の様子は指数関数で表されたり、音の強さの単位や星の明るさの単位、地震の規模を表す尺度など、人間の感じ方に関係する尺度は対数が用いられたりするなど、古くから身の回りに活用されている例が多い。

関数の学習では、「数学Ⅰ」の二次関数で対応表にまとめた値などをグラフの形に可視化することで、最大値や最小値を求めたり、式とグラフの関係について多面的に考察したりするなど、グラフをかくことの有用性を学んできた。

対数関数の学習では、指数関数の学習後、指数と対数を相互に関連付けて考察することを通して、対数の基本的な性質、対数関数の変化やグラフの特徴を学習する。数学Ⅲでは、対数関数の極限や対数微分法を用いて複雑な微分の計算、指数関数の逆関数が対数関数であることなどを学習する。また、「理数科」や「化学」などの他の科目につながっていく分野でもある。

(2) 生徒観

現在、本校の2年生は6クラスの234名在籍しており、2クラスの約80名を定期考査等により約30名、30名、20名に分けた習熟度別に展開している。多くの生徒が選抜制の高い大学への進学、全道・全国規模の大会進出など、学業・部活動の両立を目指している。テストの結果を競い合ったり、厳しい練習が終わった後も授業の話をしたりするなど、学習に関する意欲の高い生徒が多いが、数学を苦手と感じている生徒も多い。

本時のクラス(α クラス)は、習熟度別展開の中で、直近の定期考査の点数が最も高い生徒集団である。生徒の中には、常に α クラスに所属している者や数学Ⅱのチャート式問題集を終えて、数学Ⅲの問題集の購入を検討している者がいる。一方、定期考査の点数は取れるが、数学があまり得意ではなく、「授業の進度が速い」、「わからない」などと悩む者もいる。

その理由は、断片的な知識の暗記に頼り、テストで点数を取ることだけに執着している生徒が一定数おり、学びを楽しんでいる生徒が一部しかいないからである。また、 α クラスの生徒は、公式等を覚えたり、要領よく考えたりすることを得意とするが、既習した内容と結びつけたりすることを苦手とする傾向にある。今年度7月の模試においても、「今授業で学習しているところはできているが、過去の学習内容ができていない」、「思考問題に苦戦している」という結果が見られた。

(3) 指導観

日々の授業において、生徒には、既習事項を組み合わせさせて課題を解決させたり、新たな発見をさせたりすることで問いを見いだすように意識している。また、思考力、判断力、表現力等とともに、知識及び技能を習得させて、自分の言葉で説明できる力を身に付けさせたいと考えている。数学が苦手な生徒に対しても、単に式の機械的な変形や暗記だけではなく、式の意味を深く理解して楽しんでもらいたいと思い、私自身も試行錯誤している。

上記「(1) 教材観」及び「(2) 生徒観」を踏まえ、本時の授業では、教師から生徒への伝達という時間を少なくした上で、ICTを活用しながら生徒同士が対話したり、生徒が試行錯誤して考え抜いたりする場面を設けながら、対数関数のグラフの概形と特徴の理解を深めるとともに、指数と対数を相互に関連付けて、対数関数のグラフを多面的に考察できるように指導したい。指導の際は、生徒が探究しながら理解していく過程を意識したい。また、数学的な表現を用いて、自分の言葉で対数関数の特徴についてまとめ、理解を深めさせたいと考えている。

4 単元の指導と評価の計画（対数関数：計9時間）

(1) 単元の計画（9時間）

小単元等	授業時間数	
1 対数とその性質	2時間	合計9時間
2 対数関数	4時間	
3 常用対数	3時間	

※各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活動、重点及び評価方法等は次の表のとおりである。

(2) 上記の単元を記載

時	ねらい・学習活動	重点	記録	備考 <評価規準(評価方法)>
1	対数の基本的な計算と性質について理解することができるようにする。	知		知③（行動観察）
2	底の変換公式を使って、対数の基本的な計算と性質について理解することができるようにする。	知		知③（行動観察）
【本時】 3	・対数関数のグラフの概形と特徴を理解することができるようにする。 ・指数・対数を相互に関連付けて、対数関数のグラフを多面的に考察することができるようにする。	知 思	○ ○	知④（ワークシート） 思①②（ワークシート、行動観察）
4	対数関数のグラフの増減によって大小関係を考察することができるようにする。	思		思②（行動観察）
5	対数関数を含む方程式・不等式を解くことができるようにする。	知		知③（行動観察）
6	対数を含む関数の最大値・最小値を、グラフを用いて考察することができるようにする。	思	○	思②（ワークシート）
7	常用対数の定義を理解し、種々の値を求めたり、桁数の問題や小数首位の問題を解いたりすることができるようにする。	思 態		態①（ワークシート）
8	節末（章末）問題	思 態	○ ○	思③（ワークシート） 態②（振り返り）
9	単元テスト	知 思	○ ○	知③（ペーパーテスト） 思②（ペーパーテスト）

知：「知識・技能」

思：「思考・判断・表現」

態：「主体的に学習に取り組む態度」

5 本時の展開

(1) ねらい

- ・対数関数のグラフの概形と特徴を理解する。【知識・技能】
- ・指数と対数を相互に関連付けて、対数関数のグラフを多面的に考察することができる。【思考・判断・表現】

(2) 展開

時間	学習内容・学習活動 ○ 質問・発問・指示 S 生徒の反応 ・ 学習活動	指導上の留意事項 ・ 留意点 T 教師の手立て ◇ 評価規準(評価方法)
導入 2分	<p>○今日は対数関数のグラフについて学習します。</p> <p>○対数関数のグラフは学習していないので、まずは、指数の形をした次の関数のグラフについて考えてみましょうか。</p>	<p>・生徒にワークシートを配付する。</p>
<p>問1 関数 $x = 2^y$ のグラフをかきなさい。</p>		
展開 ① 13分	<p>○関数 $x = 2^y$ のグラフをワークシートにかいてみましょう。</p> <p>○対応表が不要だと思う人は、使わなくていいです。</p> <p>S1：対応表を記入して点を取ってグラフをかく。</p> <p>S2：指数関数との対応からグラフをかく。</p> <p>S3：点を取って折れ線グラフのようなグラフをかく。</p> <p>S4：グラフをかくことができない。</p> <p>○ワークシートに記入したグラフについて、グラフを作成した過程について、グループで説明してみてください。</p> <p>S1：友人の説明に納得できない。</p> <p>S2：説明したがない。</p> <p>S3：ワークシートにグラフを作成できていない。</p>	<p>・生徒は個人思考する。</p> <p>・対応表の x と y を上段に y、下段に x を記入する生徒の有無をチェックする。</p> <p>T1：グラフをかけている場合には理由も考えさせる。</p> <p>T2：正しく対応関係が取れていなければ、勘違いしている点について気付かせる。</p> <p>T3：点を直線で結んだのはなぜかを説明させる。</p> <p>T4：$2^{-1} = ?$ など、具体的な値を確認し、対応表の作成を促す。</p> <p>・生徒の説明の状況を確認しながら、生徒が作成したいくつかの異なるグラフを写真に撮る。</p> <p>T1：納得できないことに対して、具体例などを挙げて説明する。</p> <p>T2：先に説明できる生徒から説明させ、それを参考に説明させる場面を設定する。</p> <p>T3：グラフの作成が困難な理由を確認し、作成できた生徒と関わらせる。</p> <p>・生徒がグループ内で発表している間に、写真に撮った生徒のグラフを Google Classroom で共有するとともに、プロジェクターで投影できるように準備する。</p>

		<p>◇指数と対数を相互に関連付けて、対数関数のグラフを考察することができる。(行動観察)【思考・判断・表現】</p>
<p>展開 ② 12分</p>	<p>○GeoGebra を使って関数 $x = 2^y$ のグラフを作成し、自分が作成したグラフと比較して確認してみましょう。</p> <p>S1:いつもは $y = \square$ の形になっているので、今回の関数は、違和感があった。</p> <p>S2: x と y が入れ替わるだけで、難しく感じた。</p> <p>S3:表現したいものはあるが言葉が出てこない。</p> <p>S1:指数と対数の変換を使えば、$y = \square$ の形になる。</p> <p>S2: $x = 2^y$ だから $y = \log_x 2$ など間違える。</p> <p>S3:わからない。</p> <p>・関数 $x = 2^y$ を対数で表すと、$y = \log_2 x$ となり、関数 $x = 2^y$ のグラフは対数関数のグラフであることを生徒が自発的に気づく。</p>	<p>・生徒は自身の端末で GeoGebra により関数 $x = 2^y$ のグラフを確認して、作成したグラフと比較する。</p> <p>・関数 $x = 2^y$ のグラフの作成について、生徒から感想を聞く。</p> <p>T1:いつもと形が変わって違和感があることに共感し、その違和感を解消するために何ができるか考えさせる。</p> <p>T2:いつもと形が変わって違和感があることに共感し、その違和感を解消するために何ができるか考えさせる。さらに、$y = 2^x$ のグラフは、どんなグラフだった振り返らせる。</p> <p>T3:既習事項になかったか確認させる。</p> <p>・関数 $x = 2^y$ のグラフの作成で感じた違和感や困難さを解消するため、この関数 $x = 2^y$ をいつも考えている関数 $y = \square$ の形で表せないか考えさせる。</p> <p>T1:そうだね。実際に変換してみるとどうなるかな。</p> <p>T2, T3: $2^3 = 8$ を例にして、対数の形で表した場合を確認する。</p> <p>・関数 $x = 2^y$ が $y = \log_2 x$ と同値であるという結論を教師が伝えるのではなく、生徒から引き出す。</p>
<p>展開 ③ 10分</p>	<p>・生徒に GeoGebra を使って、$y = \log_2 x$ のグラフを作成させる。</p> <p>・関数 $y = \log_2 x$ のグラフから、関数 $y = \log_2 x$ の特徴について考えさせ、気付いたことをグループで話し合わせる。</p>	<p>・関数 $x = 2^y$ と関数 $y = \log_2 x$ が同じであることを確認する。</p> <p>・グループ全員が発表できるよう配慮させる。</p> <p>・話し合った内容をワークシートに記入させる。</p>

	<p>S1 : x の値が大きくなるにつれて、y の値は緩やかに増加している。</p> <p>S2 : 座標 $(1, 0)$ を通るのは、当たり前だね。</p> <p>S3 : グラフが y 軸より左側に来ることはないのかな。</p> <p>S4 : 底の値が変わるとどうなるのかな。</p> <p>・グループで話し合ったことを全体で共有するとともに、対数関数 $y = \log_2 x$ のグラフの特徴を確認する。</p>	<p>T1 : x の区間によって、y の値はどのように増えているか考えさせる。また、減り方はどうなっているかも考えさせる。</p> <p>T2 : なぜ当たり前なのか確認し、説明させる。</p> <p>T3 : 例として、$y = \log_2(-2)$ のような状況があり得るか確認し、真数の条件について考えさせる。</p> <p>T4 : どうなるか予想させる。予想したら GeoGebra を使って確かめるよう促す。</p> <p>◇指数と対数を相互に関連付けて、対数関数のグラフを考察することができる。(ワークシート) 【思考・判断・表現】</p>
まとめ 8分	<p>・本時の振り返りを行う。</p>	<p>・Google Forms に入力させる。</p> <p>◇対数関数のグラフの概形及び特徴を理解している。(ワークシート) 【知識・技能】</p>

6 評価場面において期待される生徒の姿

段階 評価の観点 及び評価方法	A	B	C
【思考・判断・表現】 行動観察による思考する過程の取り組み状況とワークシートにより判断	・指数関数と比較して、対数関数のグラフを多面的に考察することができる。	・既習事項を用いながら、対数関数のグラフを考察することができる。	・対数関数のグラフを考察することができない。
【知識・技能】 ワークシートにより判断	・対数関数のグラフの概形及び特徴について、対数の意味や基本的な性質に基づき、指数関数のグラフと比較しながら理解することができる。	・対数関数のグラフの概形及び特徴について理解することができる。	・対数関数のグラフの概形及び特徴について理解することができない。

7 引用・参考文献

- ・文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編（平成30年7月告示）」
- ・国立教育政策研究所「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料 高等学校数学」
- ・岩崎秀樹「新しい学びを拓く 数学科 授業の理論と実践」（2010）
- ・俣野 博 ほか「新編数学Ⅱ」（2012）