

2023授業改善セミナー ワークショップ資料

北海道札幌北高等学校 前田健太郎

1 モデル化とシミュレーション

1 モデル化とシミュレーション

問題解決をするときにものごとや現象を他の方法であらわし、抽象化することをモデル化とよびます。このモデルを操作して、現実の対象の振る舞いを予測することをシミュレーションとよびます。「情報Ⅰ」の教科書には、部屋の家具の配置や都市間の位置関係、過去の曜日や天候のデータをもとにしたイベントの入場者数の予測などが掲載されていました。文部科学省が公表した教員研修用教材ではプログラミングによる物体の放物運動が掲載されていました。

このように、モデルにはさまざまなものがあります。モデルを表現形式で分類すると、対象を物理的に表現した物理モデル、情報や人、ものの流れ、状態の変化や要素間の関連を図で表現した図的モデル、対象の状態を数式などで表現した数理モデルがあります。部屋の家具の配置ならば物理モデル、都市間の位置の関係ならば図的モデル、イベントの入場者数の予測や物体の放物運動ならば数理モデルになります。また、モデルが異なればシミュレーションの手法も異なってくるでしょう。

2 大学入試センターの試作問題「情報Ⅰ」のモデル化とシミュレーションに関する設問について

2022年11月に大学入試センターが「試作問題『情報Ⅰ』」を公表しました。この問題は大問4つの構成となっており、第2問Bでは待ち行列を題材とした問題が出題されていました。待ち行列とは、客がサービスを受けるために行列に並ぶような混雑している様子について数理モデルを用いて解析することを目的としたものです。

2021年3月に大学入試センターが公表した「情報サンプル問題」にはモデル化とシミュレーションからの出題がなかったことから、札幌北高校ではモデル化とシミュレーションとして物体の放物運動などをプログラミングの単元で扱いました。しかし、「試作問題『情報Ⅰ』」では大問2で待ち行列が、大問3でプログラミングが出題されていたことから、モデルをプログラムで表し、実行することで何度もシミュレーションするような内容とは別の内容を扱う方が大学入学共通テストに対応できるのではないかと考えました。過去には巡回セールス問題が令和3年度の大学入学共通テスト「情報関係基礎」で出題されたことがあります。線形計画問題は大学入試センターが平成30年に公表した「大学入学共通テスト試行問題『数学ⅡB』」で出題されたことがあります。もちろんモデル化とシミュレーションを題材としたプログラミングの問題が出題されることも考えられますが、大問2で文章や表、グラフから考える読解力と思考力を問う問題が出題されると推測すると、モデル化とシミュレーションの問題は大問2で出題される可能性が高いのではないかと個人的には考えます。

2 直線の式を利用したシミュレーション

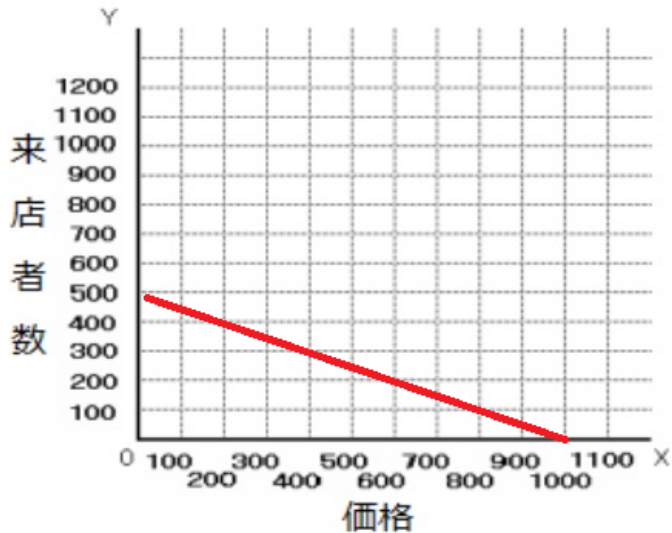
数学で学習した直線の式 $y=ax+b$ の式をモデルとして利用し、 x の値をいろいろと操作すれば y の値をシミュレーションすることができます。

【例題】

あなたはラーメン店を開業することとしました。駅前の人通りの多い場所に出店したので、事前の調査では、1日に1000人が店の前を通行することが分かっています。また、いくらならラーメンを食べたいかという調査では、200円なら400人が食べたい、1000円なら誰も食べたくないと回答しています。なお、ラーメン1杯の原価は200円です。

この文章を読み、来店者数を y とラーメン1杯の価格を x としてその関係を表す直線を引き、その直

線の式を考えてみましょう。



直線の式 $y = -0.5x + 500$

次に、表計算ソフトウェアを利用してラーメン1杯の価格と来店者数、利益額をシミュレーションし、利益額が最大となるときのラーメン1杯の価格を考えてみましょう。

	A	B	C	D
1	価格	来店者数	売上額	利益額
2	100	450	45000	-45000
3	200	400	80000	0
4	300	350	105000	35000
5	400	300	120000	60000
6	500	250	125000	75000
7	600	200	120000	80000
8	700	150	105000	75000
9	800	100	80000	60000
10	900	50	45000	35000
11	1000	0	0	0

ラーメン1杯の価格と来店者数の関係を直線の式で表すことができれば、表のB列の来店者数を求めることができます。C列の売上額は「来店者数×価格」で求めます。D列の利益額はラーメン1杯の原価が200円だから、「(価格-200)×来店者数」で求めます。

ところで、表の2行目のB列からD列までは、それらの計算で求められますが、さらに11行目まで何度も同じ計算をしなければなりません。手計算では少々面倒です。そこで、表計算ソフトのコピー機能を利用すると一瞬で計算することができます。「来店者数」「売上額」「利益額」の計算式を表計算ソフトで表現すると次のようになります。

B2の来店者数 = $-0.5 * A2 + 500$

C2の売上額 = $A2 * B2$

D2の利益額 = $(A2 - 200) * B2$

表計算ソフトウェアの2行目の各セルに上の式を入力し、コピーすることで利益額が最大となるラーメン1杯の価格がわかります。

利益額が最大となるラーメン1杯の価格 600円

3 直線の式を利用したシミュレーションの問題

Aさんが所属する劇団ではときどき演劇の上演を行っています。会場や衣装を借りたり、大道具を運んだりといった費用として1回の上演で60,000円の経費がかかります。普段は1,500円でチケットを売っていますが、ほぼ40人ぐらいの人がいつも観に来てくれるので、ちょうど必要な経費と相殺されて儲けはありません。演劇が好きで余暇活動として続けているので、儲けるつもりはありません。

しかし、あるときAさんは困っている人のためのチャリティー演劇を企画しました。儲けは寄付しますが必要経費60,000円は払わなくてはならないので、チケットの価格を値上げして利益を増やすことを考え、シミュレーションを行いました。

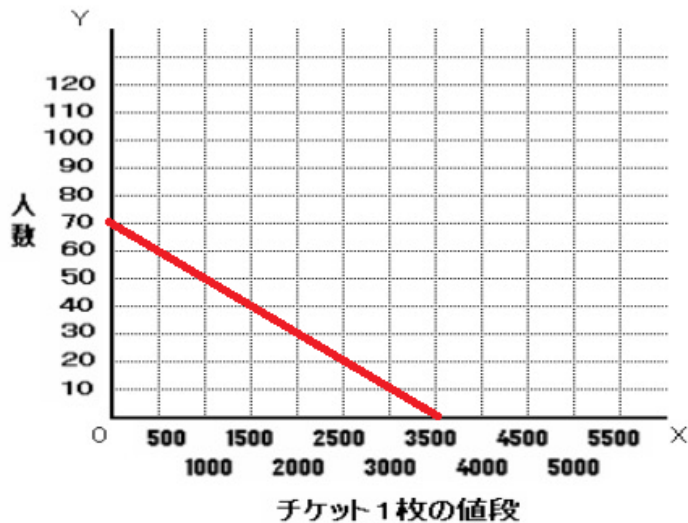
問1 チケットの価格Xと買ってくれる人数Y、必要経費60,000円を使って、利益Pをあらわす式を答えなさい。

$$\text{利益}P = xy - 60000$$

問2 買ってくれる人数をあらわす数式モデルを作成するために、チケットの価格と買ってくれる人の数の関係について、次のような条件を考えました。

- ① チケットを1,500円で売るといつもどおりの40人が買ってくれる。
- ② チケットが3,500円になると誰も買ってくれない。
- ③ その間買ってくれる人は直線的に減少する。

このとき、チケットの値段を横軸X、買ってくれる人数を縦軸Yとして上の条件をあらわすグラフを書きましょう。



問3 上の問2で求めた直線をあらわす式を答えなさい。

$$\text{式 } y = -0.02x + 70$$

問4 利益が最大となるチケット値段はいくらか、表計算ソフトウェアを利用してシミュレーションをして答えを求めなさい。

	A	B	C
1	チケットの価格	人数	利益
2	500	60	-30000
3	1000	50	-10000
4	1500	40	0
5	2000	30	0
6	2500	20	-10000
7	3000	10	-30000
8	3500	0	-60000
9	4000	-10	-100000
10	4500	-20	-150000
11	5000	-30	-210000

答え 1750円

3 線形計画問題

線形計画問題とは、与えられた線形な等式および不等式制約のもとで、線形目的関数を最大化または最小化する問題です。直線の式を用いたモデル化とシミュレーションで描画した座標軸上の直線の式が線形な等式です。これが等式とは限らず不等式になる場合があるということです。なお、直線の式は複数になります。制約とは、この複数の直線で囲まれた範囲の中で x と y の最適解を探すということです。

ちなみに、この学習内容は数学Ⅱで学ぶ「不等式の表す領域」の単元です。

【例題】

あなたはチョコレート会社の経営者です。ここでは、ビターチョコレートとマイルドチョコレートの2種類を生産、販売しています。どちらもカカオ豆と砂糖を原材料としていますが、その量が異なっており、1ケースあたりの量は次のとおりです。

	カカオ豆	砂糖	利益
ビターチョコレート	4Kg	1Kg	2万円
マイルドチョコレート	3Kg	2Kg	3万円

本日の材料として、カカオ豆120kg、砂糖60kgがあります。生産したチョコレートが全て売れるという前提で、本日の利益が最高額となるようにするためには、ビターチョコレートとマイルドチョコレートをそれぞれ何ケース生産したらよいでしょうか。

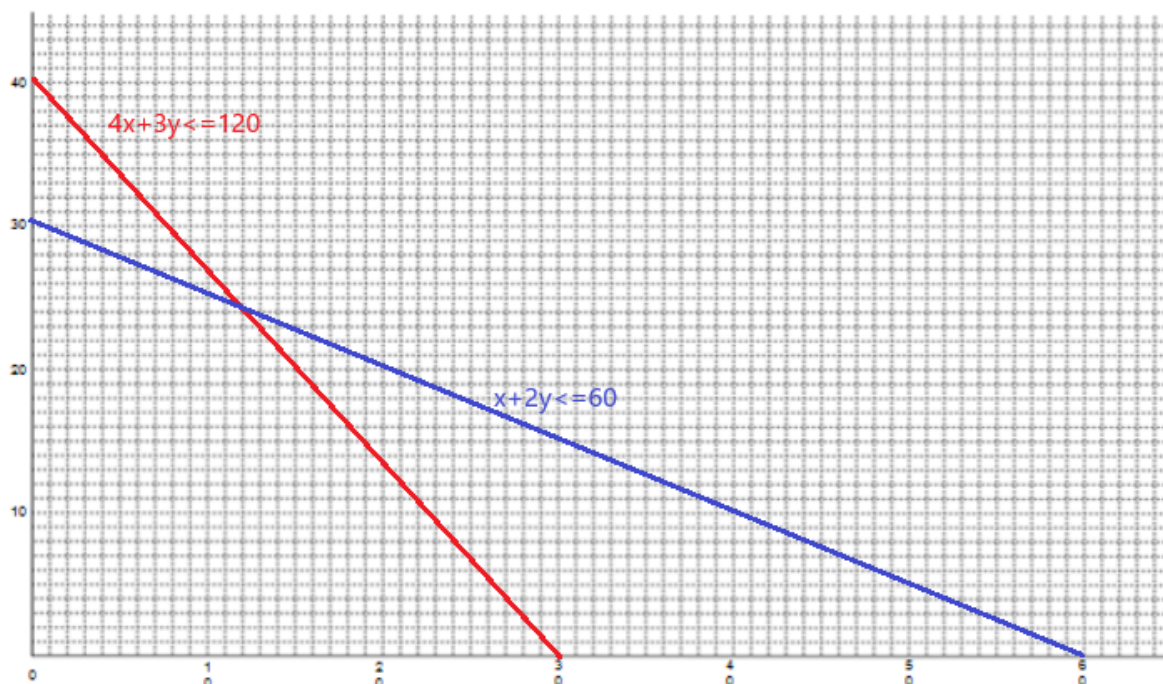
生産するビターチョコレートのケース数を x 、マイルドチョコのケース数を y として、上記の条件からそれぞれの材料との関係を不等式で表しましょう。さらに利益を求める式を表しましょう。

カカオ豆 $4x + 3y \leq 120$

砂糖 $x + 2y \leq 60$

利益 $2x + 3y$

この式が線形な等式または不等式制約です。この式ができれば座標上に線を引き、制約条件を満たす範囲を確認しましょう。さらに、今回の問題では利益を大きくするためにXとYの値を大きくしたいので、線形目的関数が最大となる値を考えましょう。



線形目的関数が最大となる値が判明したら、利益を求める式にその値を代入して、利益額が最大となっていることを確認しましょう。

利益額が最大となるときのxとyの値 (12, 24)

最大となる利益額 96万円

4 表計算ソフトウェアのソルバー機能の利用

GoogleスプレッドシートやExcelには追加の機能として「ソルバー」があります。この機能を追加する方法は次のとおりです。

1 Googleスプレッドシートの場合

- (1) メニューバーの「拡張機能」をクリックし、「アドオン」にマウスポインタを合わせて「アドオンを取得」をクリックします。
- (2) 表示されたウィンドウの上部に「アプリを検索」と表示されている欄があるので、そこに「Solver」と入力して検索します。検索結果が表示されたら「Solver」をクリックして選択してください。（今回のワークショップでは「Solver」を用いています。）

2 Excelの場合

- (1) 「ファイル」タブをクリックします。「オプション」をクリックし、「アドイン」カテゴリをクリックします。
- (2) 「管理」ボックスの一覧の「Excel アドイン」をクリックし、「設定」をクリックします。
- (3) 「アドイン」ダイアログボックスが表示されます。「有効なアドイン」ボックスで、有効にするアドインの横のチェックボックスをオンにして、「OK」をクリックします。

「ソルバー」のアドインが完了したら、次のような表を作成します。

	A	B	C
1	1.材料と利益		
2	材料	ビターチョコ	マイルドチョコ
3	カカオ豆	4	3
4	砂糖	1	2
5	利益（万円）	2	3
6			
7	2.最大となる製造数と利益		
8	ビターチョコの数		
9	マイルドチョコの数		
10	最大利益（万円）	0	
11			
12	3.制約条件		
13	制約条件	計算式	上限
14	カカオ豆の量	0	120
15	砂糖の量	0	60

表のB8がXの値、B9がYの値になります。これらのセルには表計算ソフトウェアのソルバーが求めた解答が自動で入力されます。そのためにはB10、B14、B15のセルに数式を入力する必要があります。

$$B10 = B5 * B8 + C5 * B9$$

$$B14 = B3 * B8 + C3 * B9$$

$$B15 = B4 * B8 + C4 * B9$$

数式の入力が完了したらソルバーを呼び出し、表計算ソフトウェアの12行目以下の制約条件を参考にして制約条件を入力します。なお、ビターチョコレートとマイルドチョコレートを生産するためにカカオ豆や砂糖の量の値は0以上という暗黙の条件も入力してください。

制 B14 <= C14
 約 B15 <= C15
 条 B14 >= 0
 件 B15 >= 0

制約条件の入力が完了したらソルバーを実行します。すると、表計算ソフトウェアが最適解を求めるので、先の座標軸上から求められた答えと一致しているか確認してください。

5 線形計画問題の問題演習

問題1

あなたはキャラメル会社の経営者です。ここでは、キャラメルと生キャラメルの2種類を生産、販売しています。どちらも生クリームと砂糖を原材料としていますが、その量が異なっており、1ケースあたりの量は次のとおりです。また、それぞれの1ケースあたりの利益も次のとおりです。

	生クリーム	砂糖	利益
キャラメル	3Kg	2Kg	3万円

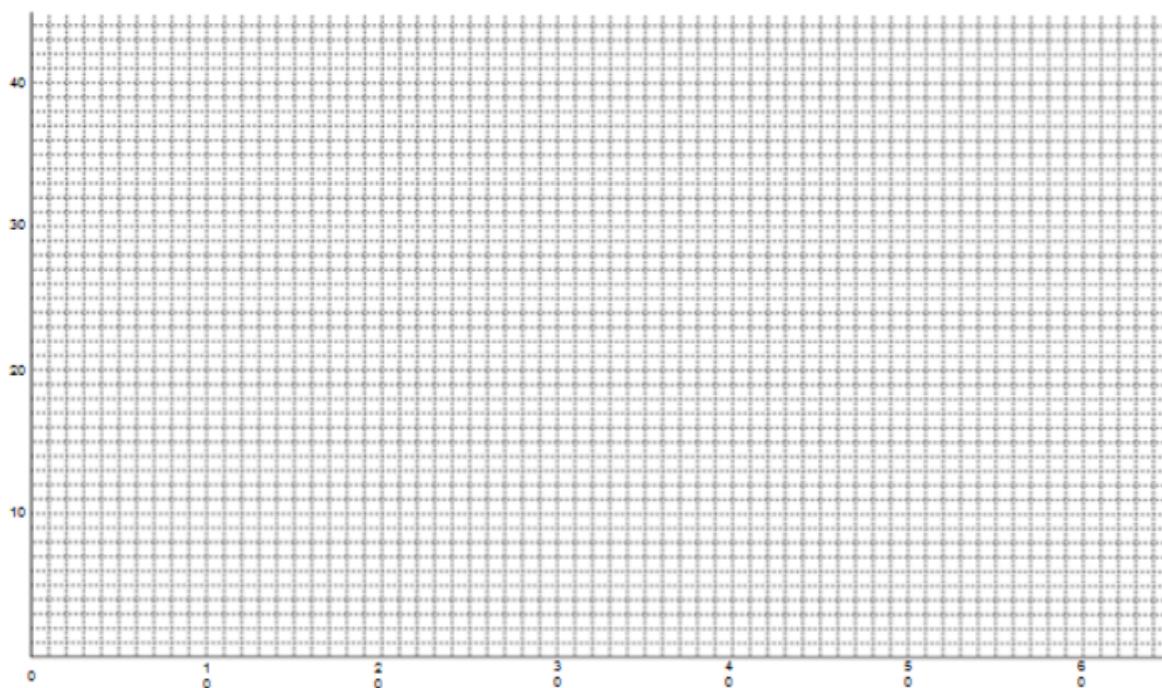
	生クリーム	砂糖	利益
生キャラメル	5Kg	2Kg	4万円

本日の材料として、生クリーム130kg、砂糖60kgがあります。生産したキャラメルが全て売れるという前提で、本日の利益が最高額となるようにするためには、キャラメルと生キャラメルをそれぞれ何ケース生産したらよいでしょうか。生産するキャラメルのケース数を x 、生キャラメルのケース数を y として、上記の条件からそれぞれの材料との関係を不等式で表しましょう。さらに利益を求める式を表しましょう。

生クリーム

砂糖

利益



利益が最大となるときの x と y の値

最大となる利益額

問題2

あなたは自動車のタイヤメーカーの経営者です。ここでは、ハイグリップタイヤとエコタイヤの2種類を生産、販売しています。どちらもゴムと硫黄、カーボンを原材料としていますが、その量が異なっており、1セットあたりの量は次のとおりです。

また、それぞれの1セットあたりの利益も次のとおりです。

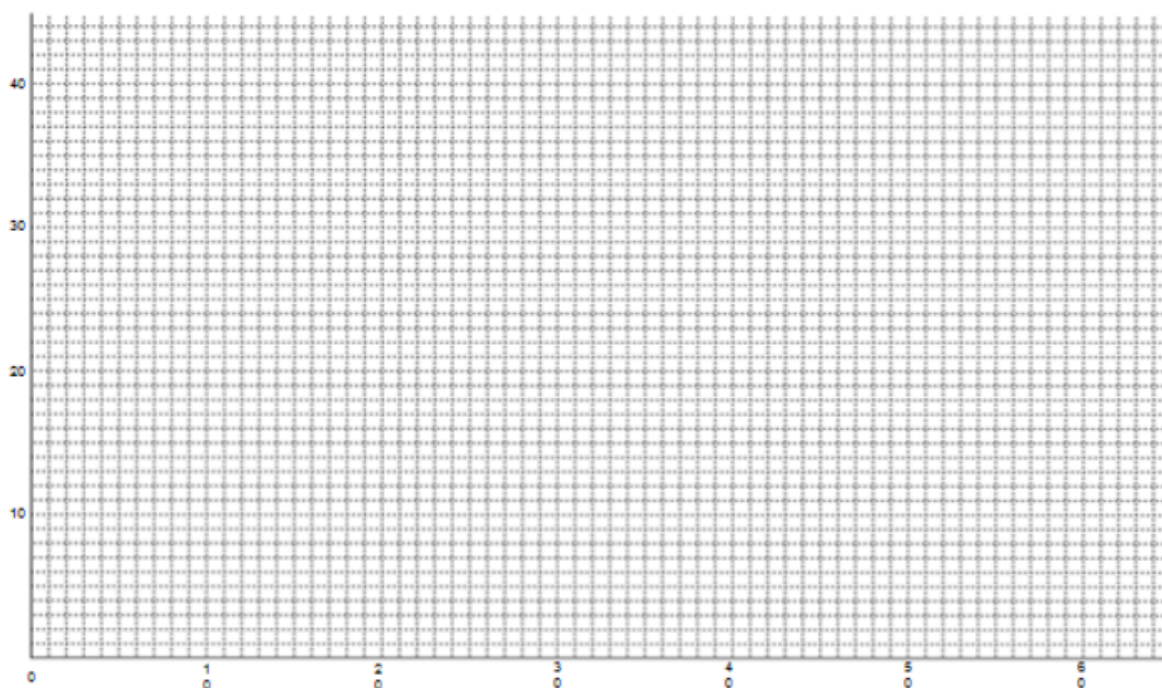
	ゴム	硫黄	カーボン	利益
ハイグリップタイヤ	5Kg	1Kg	1Kg	2万円
エコタイヤ	2Kg	2Kg	1Kg	1万円

本日の材料として、ゴム170kg、硫黄60kg、カーボン40kgがあります。生産したタイヤが全て売れるという前提で、本日の利益が最高額となるようにするためには、ハイグリップタイヤとエコタイヤをそれぞれ何セット生産したらよいでしょうか。生産するハイグリップタイヤのセット数をX、エコタイヤのセット数をYとして、上記の条件からそれぞれの材料との関係を不等式で表しましょう。さらに利益を求める式を表しましょう。

硫黄

カーボン

利益



利益が最大となったときのxとyの値

最大となる利益額

6 Python

線形計画問題をPythonのプログラムで最適解を求めることもできます。Pythonで線形計画問題を解くためには、pulpというモジュールをインストールする必要があります。次のコードでpulpモジュールをダウンロードしてインストールしてください。


```
pip install pulp
```

pulpのインストールが完了したら、線形計画問題を解決するプログラムを作成します。この資料の線形計画問題の例題の最適解を求めるプログラムは次のとおりです。

```
import pulp
#線形計画問題の定義
problem = pulp.LpProblem('choco', pulp.LpMaximize)
#変数の定義
bitterchoco = pulp.LpVariable('x', 0, 150, 'Integer') #ビターチョコの数の最小と最大
数、整数単位の指定
mildchoco = pulp.LpVariable('y', 0, 150, 'Integer') #マイルドチョコの数の大小と最大、
整数単位の指定
#目的関数の定義
problem += 2 * bitterchoco + 3 * mildchoco #利益を求める式
#制約条件の定義
problem += 4 * bitterchoco + 3 * mildchoco <= 120 #カカオ豆の量の制限
problem += 1 * bitterchoco + 2 * mildchoco <= 60 #砂糖の量の制限
#解決
status = problem.solve() #線形計画問題を解決する命令
#結果表示
print('bitterchoco:', bitterchoco.value()) #求めたビターチョコの最適解を表示
print('mildchoco:', mildchoco.value()) #求めたマイルドチョコの最適解を表示
print('profit:', 2 * bitterchoco.value() + 3 * mildchoco.value()) #最適解のときの利
益額を表示
```

このプログラムだけで線形計画問題の最適解を求めることができますが、それをグラフで表現したいときは次のプログラムになります。

```
from numpy.matrixlib.defmatrix import matrix
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
#作図用の設定
x = np.arange(0, 80, 1) #グラフを描画するための番号0から1ずつ増やして80まで設定
#目的関数の式
of = -2 / 3 * x + 32 #利益額を求める計算式
#制約条件の式
y1 = -4 / 3 * x + 40 #カカオ豆の量の制限
y2 = -1 / 2 * x + 30 #砂糖の量の制限
#0を要素とする配列を返す
y3 = np.zeros_like(x) #0を要素とする配列を返す処理
#2つの配列のうち最小値を返す
y4 = np.minimum(y1, y2) #y1とy2のうち最小値を返す処理
#グラフの描画
plt.plot(x, y1, label='y<=-4/3x+40')
plt.plot(x, y2, label='y<=-1/2x+30')
plt.plot(x, of, color='red', linestyle='dashed')
plt.fill_between(x, y3, y4, where=y4>y3, facecolor='yellow', alpha=0.5)
plt.ylim(0, 50)
plt.xlim(0, 80)
```

```
plt.grid()
plt.legend(loc=0)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('Y')
plt.show()
```

7 参考資料

今までの例題や問題のように、数理モデルを用いたシミュレーションであればモデルを数式で表現できます。よって、シミュレーションの結果などを問う設問を用意することが容易なのでテストで出題しやすい題材になるのではないのでしょうか。

また、大学入試センターは今までに数理モデルはもちろんほかのモデルも題材にした問題があるので参考資料として紹介します。

1 試作問題「情報 I」で出題されたモデル化とシミュレーション（待ち行列）

次の文章を読み、後の問い（問1～3）に答えよ。

Mさんのクラスでは、文化祭の期間中2日間の日程でクレープを販売することにした。1日目は、慣れないこともあり、客を待たせることが多かった。そこで、1日目が終わったところで、調理の手順を見直すなど改善した場合に、どのように待ち状況が変化するかシミュレーションすることにした。なお、このお店では同時に一人の客しか対応できないとし、客が注文できるクレープは一枚のみと考える。また、注文は前の客に商品を渡してから次の注文を聞くとして考える。

問1 次の文章および表中の空欄（ケ）～（サ）にあてはまる数字を答えなさい。

まず、Mさんは、1日目の記録を分析したところ、注文から商品を渡すまでの一人の客への対応時間に約4分を要していることがわかった。

次に、クラスの記録係が1日目の来客時刻を記録していたので、最初の50人の客の到着間隔を調べたところ、表1の人数のようになった。この人数から相対度数を求め、その累積相対度数を確率とみなして考えてみた。また、到着間隔は一定の範囲をもとに集計しているため、各範囲に対して階級値で考えることにした。

表1 到着間隔と人数

到着間隔（秒）	人数	階級値	相対度数	累積相対度数
0 以上～ 30 未満	6	0 分	0.12	0.12
30 以上～ 90 未満	7	1 分	0.14	0.26
90 以上～150 未満	8	2 分	0.16	0.42
150 以上～210 未満	11	3 分	0.22	0.64
210 以上～270 未満	9	4 分	0.18	0.82
270 以上～330 未満	4	5 分	0.08	0.90
330 以上～390 未満	2	6 分	0.04	0.94
390 以上～450 未満	0	7 分	0.00	0.94
450 以上～510 未満	1	8 分	0.02	0.96
510 以上～570 未満	2	9 分	0.04	1.00
570 以上	0	-	-	-

そして、表計算ソフトウェアで生成させた乱数（0以上1未満の数値が同じ確率で出現する一様乱数）を用いて試しに最初の10人の到着間隔を、この表1をもとに導き出したところ、次の表2のようになった。ここでの到着間隔は表1の階級値をもとにしている。なお、1人目は到着間隔0分とした。

表2 乱数から導き出した到着間隔

	生成させた乱数	到着間隔
1人目	—	0分
2人目	0.31	2分
3人目	0.66	4分
4人目	0.41	2分
5人目	0.11	0分
6人目	0.63	3分
7人目	0.43	3分
8人目	0.28	2分
9人目	0.55	3分
10人目	0.95	ケ分

表2の結果から10人の客の待ち状況がわかるように、次の図1のように表してみることにした（図1は6人目まで記入）。ここで、待ち時間とは、並び始めてから直前の人の対応時間が終わるまでの時間であり、対応時間中の客は待っている人数に入れれないとする。このとき、最も待ち人数が多いときは（コ）人であり（これを最大待ち人数という）、客の中で最も待ち時間が長いのは（サ）分であった。

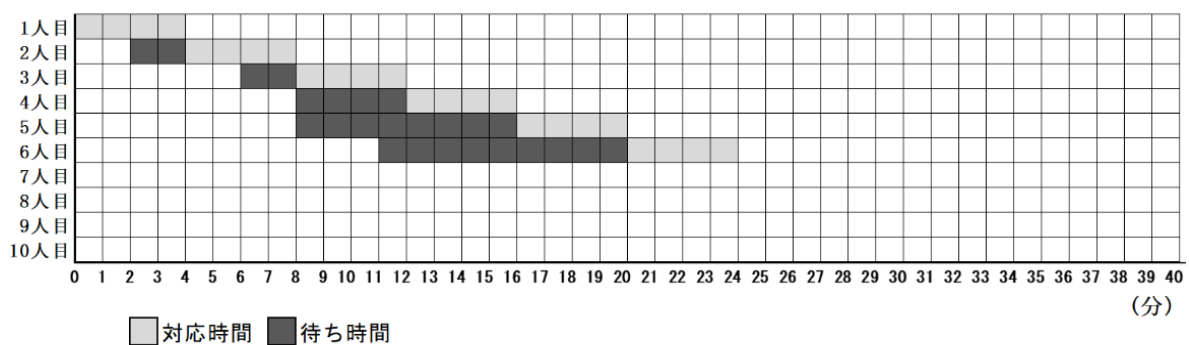


図1 シミュレーション結果（作成途中）

問2 図1の結果は、客が10人のときであったので、Mさんはもっと多くの客が来た場合の待ち状況がどのようになるか知りたいと考えた。そこでMさんは、客が10人、20人、30人、40人来客した場合のシミュレーションをそれぞれ100回ずつ行ってみた。次の図2は、それぞれ100回のシミュレーションでの最大待ち人数の頻度を表したものである。

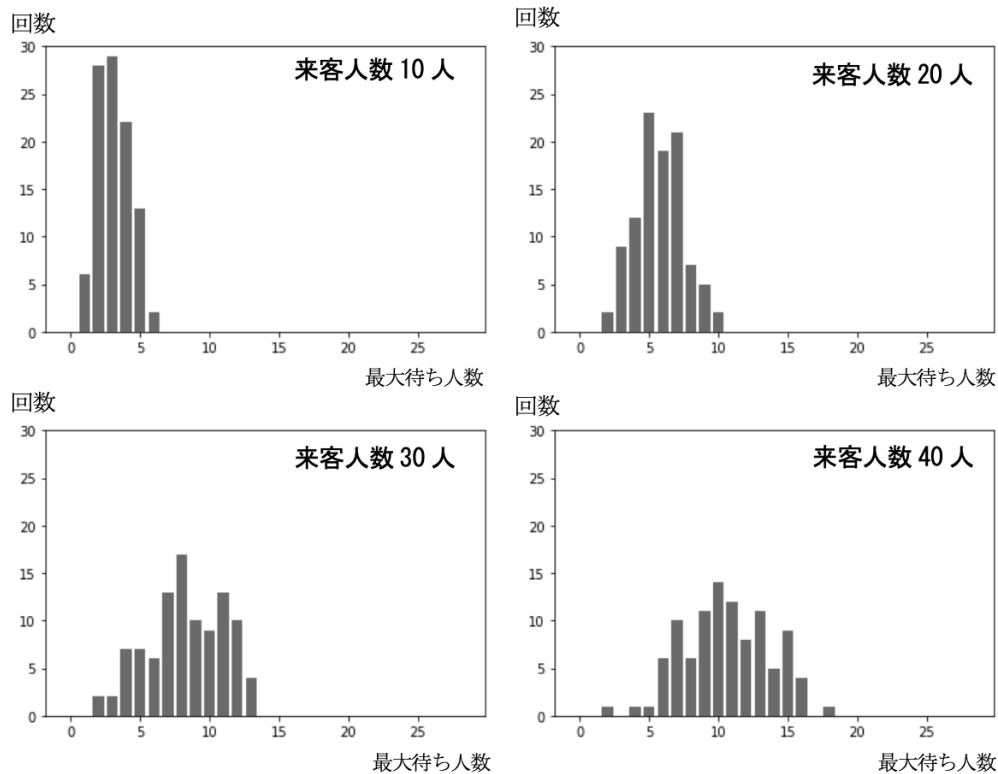


図2 シミュレーション結果

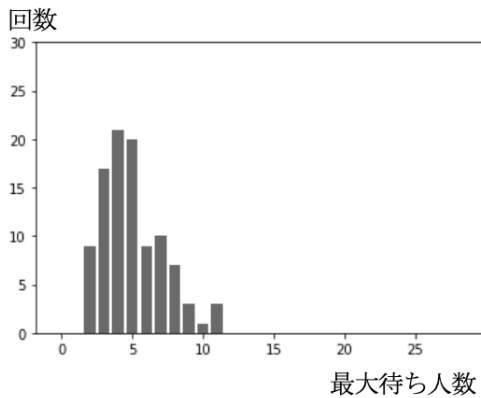
この例の場合において、シミュレーション結果から読み取れないことを次の①～③のうちから一つ選べ。(シ)

- ㊦ 来客人数が多くなるほど、最大待ち人数が多くなる傾向がある。
- ① 最大待ち人数の分布は、来客人数の半数以下に収まっている。
- ② 最大待ち人数は、来客人数の1/4前後の人数の頻度が高くなっている。
- ③ 来客人数が多くなるほど、最大待ち人数の散らばりが大きくなっている。

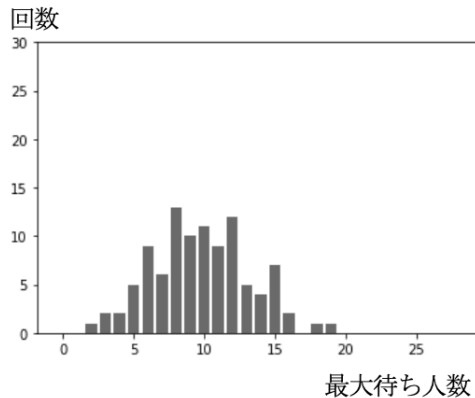
問3 1日目の午前中の来客人数は39人で、記録によれば一番長く列ができたときで10人の待ちがあったことから、Mさんは、図2の「来客人数40人」の結果が1日目の午前中の状況をおおよそ再現していると考えた。そこで、調理の手順を見直すことで一人の客への対応時間を4分から3分に短縮できたら、図2の「来客人数40人」の結果がどのように変化するか同じ乱数列を用いて試してみた。その結

果を表すグラフとして最も適当なものを、次の①～③のうちから一つ選べ。（ス）

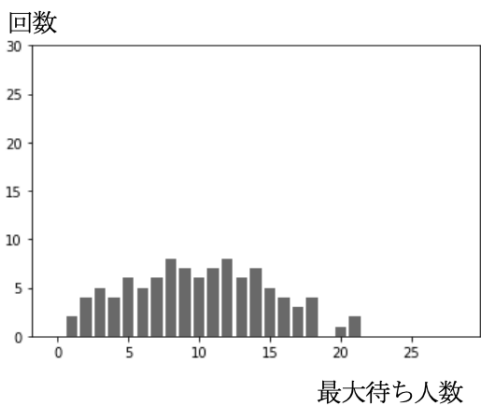
①



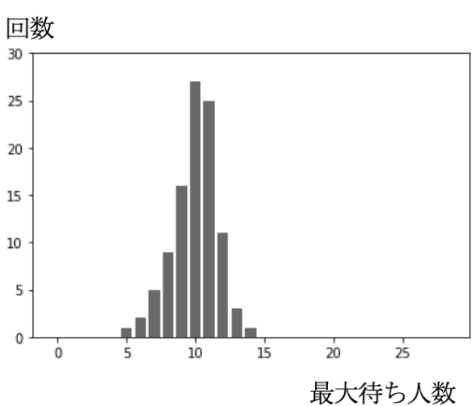
②



③



④



2 情報関係基礎で出題されたモデル化とシミュレーション（巡回セールスマン問題）

次の文章を読み、下の問い（問1・問2）に答えよ。

ある工場では、限られたスペースで複数の種類の製品を生産している。工場長の高橋さんは、工場を稼働させる時間を少しでも短くしたいと考えている。

この工場では、製作する製品ごとに使用する機器の配置などの状態が異なる。ある製品を製作しているときの状態をその製品の製作状態とよぶ。また、機器の点検や整備をするときの状態を待機状態とよぶ。待機状態から一連の製品を製作した後は再び待機状態に戻る。ある製品の製作状態から別の製品の製作状態に移るときはどのように、ある状態から別の状態に移る際に必要な時間を移行時間とよぶ。なお、移行時間を除いた製品の製作に要する時間は、製作する製品が同じであれば製作の順序に関わらず一定である。

問1 次の文章を読み、空欄（ア）、（キ）～（サ）にあてはまる数字答えよ。また、空欄（イ）～（カ）に入れるのに最も適当なものを、それぞれの解答群のうちから一つずつ選べ。ただし、（イ）・（ウ）の解答の順序は問わない。

高橋さんは、6種類の製品をそれぞれ一つずつ製作する場合を検討した。表1に各状態間の移行時間を示す。Nは待機状態を、数字1から6はそれぞれ製品1から6の製作状態を表す。表1では、縦方向に現在の状態、横方向に次の状態が示されている。以下、製品1の製作状態を「状態1」のように表す。

表1 各状態間の移行時間(分)

		次の状態						
		N	1	2	3	4	5	6
現在の状態	N		20	30	30	50	40	70
	1	20		50	30	10	30	50
	2	30	50		30	30	10	40
	3	30	30	30		50	40	40
	4	50	10	30	50		20	40
	5	40	30	10	40	20		30
	6	70	50	40	40	40	30	

例えば、待機状態から状態1への移行時間は20分である。また、状態1から状態2への移行時間は（ア）分である。状態1から状態2への移行時間と、その逆の状態2から状態1への移行時間は等しい。この関係は、他の状態間の移行時間についても同様である。

待機状態から一連の製品を順に製作して待機状態に戻るとき、この順序を製作順序とよぶ。例えば、製品1、製品2、製品3という製作順序は前後の待機状態を含めて [N、1、2、3、N] のように表す。6種類の製品を一つずつ製作する場合、例えば、製品5、製品2、製品4、製品6の順で始まる製作順序は、[N、5、2、4、6、（イ）、（ウ）、（エ）] と [N、5、2、4、6、（ウ）、（イ）、（エ）] の2通りがある。

ある製作順序の移行時間の合計を総移行時間とよび、総移行時間をもとめることを「製作順序を評価する」ということにする。すべての製作順序を評価することで、総移行時間が最短となる製作順序を求められる。6種類の製品を一つずつ製作する製作順序は（オ）通り存在する。表1の総移行時間を踏まえると、ある製作順序での総移行時間とその逆順で製作する場合の総移行時間は等しいため、（オ）×（カ）通りの製作順序を評価すればよい。

高橋さんは総移行時間ができるだけ短い製作順序を見つけたいが、すべての製作順序を評価する場合、製品の種類が増えると製作順序を評価する回数は膨大になる。そこで、次の手順Aで製作順序を考えた。

手順A

- (1) Nからの移行時間が最短の製作状態を選択し、Nの後に追加する。
- (2) まだ追加していない製作状態のうち、最後に追加した製作状態からの移行時間が最短のものを選択して、最後に追加する。移行時間が等しい製作状態が複数ある場合は製品番号が小さい方を選択する。
- (3) 追加していない製作状態がなくなるまで、(2)を繰り返す。
- (4) 最後にNを追加し、得られた製作順序を評価する。

手順Aに従うと、[N、1、4、（キ）、（ク）、（ケ）、（コ）、N] の製作順序が得られた。このときの総移行時間は（サ）分であった。

（イ）～（エ）の解答群

㊶ N ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5 ⑥ 6

(カ)～(キ)の解答群

- ㊦ $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ ㊧ $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$ ㊨ 7の6乗 ㊩ 6の6乗 ㊪ 6 ㊫ 2 ㊬ $1/2$ ㊭ $1/6$

問2 次の文章を読み、空欄(シ)・(ス)、(タ)・(チ)にあてはまる数字答えよ。また、空欄(セ)・(ソ)、(ツ)～(ト)に入れるのに最も適当なものを、それぞれの解答群から一つずつ選べ。ただし、(セ)・(ソ)および(テ)・(ト)のそれぞれの解答の順序は問わない。

高橋さんは、与えられた製作順序にたいして、二つの製作状態を入れ替えて総移行時間を短くする手順Bを思いついた。

手順B

- (1) 与えられた製作順序を評価して、その製作順序と総移行時間を暫定結果とする。
- (2) 暫定結果の製作順序の中で、前後の移行時間の合計が大きい方から順に二つの製作状態を選択する。合計値が等しい製作状態が複数ある場合は製作順序内の順番が早いほうから選択する。
- (3) 選択した二つの製作状態を入れ替えた製作順序を評価し、暫定結果の総移行時間よりも短ければ、入れ替えを行い、その結果(製作順序と総移行時間)を新たに暫定結果とする。
- (4) 入れ替えが行われたら(2)に戻る。行わなければ暫定結果を結果として終了する。

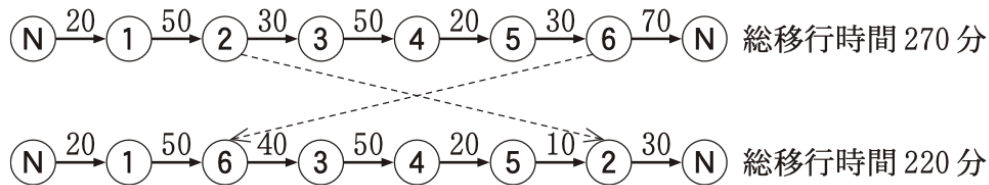


図1 製作状態の入れ替え例

手順Bに製品1から番号順に製作する製作順序を与えた場合を考える。与えられた製作順序の総移行時間は図1の上側のように270分であった。状態6の前後の移行時間の合計が100分であり、状態2の前後と状態(シ)の前後の移行時間の合計がどちらも(ス)分なので、状態2と状態6を選択した。入れ替え後の総移行時間は220分になるので入れ替えを行った。続いて、状態(セ)と状態(ソ)を入れ替え、総移行時間は(タ)分となった。その後は、手順Bの(2)で選択した状態を入れ替えても総移行時間は短くならないため終了した。

ここで、手順Bで製作順序を求める手順を考える。手順Bでは、一度も入れ替えを行わないときも2回製作順序を評価する。さらに、入れ替えが行われるたびに製作順序の評価回数は(チ)回増える。入れ替えを行った回数をEとすると、製作順序を評価した回数は全部で(ツ)回である。

さらに、手順Aで得た製作順序を手順Bに与えて得た製作順序の総移行時間は170分となった。このこととこれまでの検討から、手順Aと手順Bに関して(テ)ことと(ト)ことがわかった。

(ツ)の解答群

- ㊦ E-2 ㊧ E+2 ㊨ 2E ㊩ $2(E+1)$

(テ) ・ (ト) の解答群

- ⑥ 手順Aを用いると、総移行時間が最短の製作順序を常に得ることができる
- ① 手順Aで製作順序を評価する回数は、どんな製作順序を手順Bに与えたとしても、手順Bよりも多くなる
- ② どんな製作手順を手順Bに与えた場合でも、手順Bで得た製作順序の総移行時間は、与えた製作順序の総移行時間と等しいか、より短い
- ③ 手順Bは最初に与えられる製作順序によらず、総移行時間が最短の製作順序を求めることができる
- ④ 手順Bは(4)において繰り返しを含むが、最初に与えられる製作順序によらず、無限に繰り返されることはなく、必ず終了する
- ⑤ 手順Bは最初に与えられる製作順序が異なれば、得られる製作順序は異なる可能性があるが、それらの総移行時間は等しい

3 大学入学共通テスト試行問題 (数学 I A)

問題文

○高校の生徒会では、文化祭でTシャツを販売し、その利益をボランティア団体に寄付する企画を考えている。生徒会執行部では、できるだけ利益が多くなる価格を決定するために、次の手順で考えることとした。

価格決定の手順

(1) アンケート調査の実施

200人の生徒に、「Tシャツ1枚の価格がいくらまでであればTシャツを購入してもよいと思うか」について尋ね、500円、1000円、1500円、2000円の4つの金額から1つを選んでもらう。

(2) 業者の選定

無地のTシャツ代とプリント代を合わせた「製作費用」が最も安い業者を選ぶ。

(3) Tシャツ1枚の価格の決定

価格は「製作費用」と「見込まれる販売数」をもとに決めるが、販売時に釣り銭の処理で手間取らないよう50の倍数の金額とする。

下の表は、アンケート調査の結果である。生徒会執行部では、例えば、価格が1000円ときには1500円や2000円と回答した生徒も1枚購入すると考えて、それぞれの価格に対し、その価格以上の金額を回答した生徒の人数を「累積人数」として表示した。

Tシャツ1枚の価格 (円)	人数 (人)	累積人数 (人)
2000	50	50
1500	43	93
1000	61	154
500	46	200

このとき、次の問いに答えよ。

売上額は「売上額 = Tシャツ1枚の価格 × 販売数」と表せるので、生徒会執行部では、アンケートに回答した200人の生徒について、調査結果をもとに、表にない価格の場合についても販売数を予測することにした。そのために、Tシャツ1枚の価格をX円、このときの販売数をY枚とし、XとYの関係を調べることにした。

表のTシャツ1枚の価格と(ア)の値の組を(X, Y)として座標平面上に表すと、その4点が直線に沿って分布しているように見えたので、この直線を、Tシャツ1枚の価格Xと販売数Yの関係を表すグラフと見なすことにした。

このとき、YはXの(イ)であるので、売上額をS(X)とおくと、S(X)はXの(ウ)である。このように考えると、表にない価格の場合についても売上額を予測することができ

る。

問題

(ア) (イ) (ウ) に入るものとして適当なものを次のうちから1つずつ選べ。ただし、同じものを繰り返し選んでもよい。

- ①人数 ②累積人数 ③製作費用
④比例 ⑤反比例 ⑥1次関数 ⑦2次関数

ア

イ

ウ

生徒会執行部が(1)で考えた直線は、表を用いて座標平面上にとった4点のうちXの値が最小の点と最大の点を通る直線である。この直線を用いて次の問に答えよ。

(2) 売上額 $S(X)$ が最大になる X の値を求めよ。

(3) Tシャツ1枚当たりの「製作費用」が400円の業者に120枚を依頼することにしたとき、利益が最大になるTシャツ1枚の価格を求めよ。

(2) $x =$

(3) 価格

4 大学入学共通テスト試行問題 (数学ⅡB)

問題文

100gずつ袋詰めされている食品AとBがある。1袋あたりのエネルギーは食品Aが200kcal、食品Bが300kcalであり、1袋あたりの脂質の含有量は食品Aが4g、食品Bが2gである。

(1) 太郎さんは、食品AとBを食べるにあたり、エネルギーは1500kcal以下に、脂質は16g以下に抑えたいと考えている。食べる量(g)の合計が最も多くなるのは、食品AとBをどのような量の組合せで食べるときかを調べよう。ただし、一方のみを食べる場合も含めて考えるものとする。

(a) 食品Aを x 袋分、食品Bを y 袋分だけ食べるとする。このとき、 x 、 y は次の条件①、②を満たす必要がある。

① 摂取するエネルギー量についての条件

② 摂取する脂質の量についての条件

①、②に当てはまる式を答えなさい。

①

②

(b) x 、 y の値と条件①、②の関係について正しいものを、次のア～エのうちから二つ選べ。ただし、解答の順序は問わない。

ア $(x, y) = (0, 5)$ は条件①を満たさないが、条件②は満たす。

イ $(x, y) = (5, 0)$ は条件①を満たすが、条件②は満たさない。

- ウ $(x, y) = (4, 1)$ は条件①も条件②も満たさない。
エ $(x, y) = (3, 2)$ は条件①と条件②をともに満たす。

(c)条件①、②をともに満たす (x, y) について、食品AとBを食べる量の合計の最大値を二つの場合で考えてみよう。

食品A、Bが1袋を小分けにして食べられるような食品のとき、すなわち x, y のとり得る値が実数の場合、食べる量の合計の最大値を求めなさい。また、このときの (x, y) の組を答えなさい。

最大値（単位はg）

x と y の組

次に、食品A、Bが1袋を小分けにして食べられないような食品のとき、すなわち x, y のとり得る値が整数の場合、食べる量の合計の最大値を求めなさい。また、このときの (x, y) の組は何通りあるか答えなさい。

最大値（単位はg）

通りの数

(2)花子さんは、食品AとBを合計600g以上食べて、エネルギーは1500kcal以下にしたい。脂質を最も少なくできるのは、食品A、Bが1袋を小分けにして食べられない食品の場合、AとBの食べる袋数と、そのときの脂質の量を求めなさい。

Aの袋の数

Bの袋の数

脂質の量（単位はg）

8 参考文献

[1]「令和7年度大学入学共通テスト試作問題『情報』」「大学入試センター」(https://www.dnc.ac.jp/albums/abm.php?d=511&f=abm00003277.pdf&n=6-2-1_%E8%A9%A6%E4%BD%9C%E5%95%8F%E9%A1%8C%E3%80%8E%E6%83%85%E5%A0%B1%E2%85%A0%E3%80%8F%E2%80%BB%E4%B%A4%E5%92%8C4%E5%B9%B412%E6%9C%8823%E6%97%A5%E4%B8%80%E9%83%A8%E4%BF%AE%E6%AD%A3.pdf) 参照日：2023年9月25日

[2]「令和3年度大学入学共通テスト（1月30日31日）の問題情報関係基礎第2問」「大学入試センター」(https://www.dnc.ac.jp/kyotsu/kakomondai/r3/r3_dai2_mondai.html) 参照日：2023年9月25日

[3] 「平成29年度試行調査問題（数学ⅠA,第2問）」 「大学入試センター」 (https://www.dnc.ac.jp/albums/abm.php?d=107&f=abm00000455.pdf&n=%E6%95%B0%E5%AD%A6%E2%85%A0%E3%83%B%E6%95%B0%E5%AD%A6%EF%BC%A1%E5%95%8F%E9%A1%8C_h29.pdf) 参照日：2023年9月25日

[4] 「平成30年度試行調査問題（数学ⅡA,第2問）」 「大学入試センター」 (https://www.dnc.ac.jp/albums/abm.php?d=110&f=abm00000567.pdf&n=%E6%95%B0%E5%AD%A6%E2%85%A1%E3%83%B%E6%95%B0%E5%AD%A6%EF%BC%A2%E5%95%8F%E9%A1%8C_h30.pdf) 参照日：2023年9月25日