

## 高等学校数学科学習指導案

### 1 単元名

微分法のまとめ

(教科書：改訂版 高等学校 数学Ⅲ ， 副教材：study-up ノート)

### 2 単元の目標と評価規準

#### (1) 単元の目標

- ・微分法における概念や原理・法則の体系的な理解を基に、発展的な内容について、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。【知識・技能】
- ・微分法を活用して、関数の局所的な変化や大局的な変化に着目し、事象を数学的に捉え、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする力を身に付ける。【思考・判断・表現】
- ・微分法において、有用性やよさを認識し積極的に活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付ける。【主体的に学習に取り組む態度】

#### (2) 単元の評価の観点の趣旨・観点別の評価規準

	ア 知識・技能	イ 思考力・判断力・表現力	ウ 主体的に学習に取り組む態度
単元の評価の観点の趣旨	<ul style="list-style-type: none"> <li>・微分法についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解している。</li> <li>・微分法の発展的な内容について、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けている。</li> </ul>	微分法を活用して、関数の局所的な変化や大局的な変化に着目し、事象を数学的に捉え、問題解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする力を身に付けている。	<ul style="list-style-type: none"> <li>・微分法において、有用性やよさを認識し積極的に活用しようとしたり、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。</li> <li>・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善しようとしたりしている。</li> </ul>
学習活動に即した具体的な評価規準	<ul style="list-style-type: none"> <li>①微分可能性、関数の積及び商の導関数について理解し、関数の和、差、積及び商の導関数を求めることができる。</li> <li>②合成関数の導関数、三角関数、指数関数及び対数関数の導関数について理解し、それらを求めることができる。</li> <li>③導関数を用いて、接線の方程式、関数の値の増減などからグラフの概形をかいたりすることができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>①三角関数、指数関数及び対数関数の導関数を、定義に基づき考察することができる。</li> <li>②関数の連続性と微分可能性、関数とその導関数や第二次導関数の関係について考察することができる。</li> <li>③関数の変化に着目し、事象を数学的に捉え、問題を解決したり、解決の過程を振り返って事象の数学的な特徴や他の事象との関係を考察したりすることができる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>①事象を微分法の考えを用いて考察する有用性やよさを認識し、問題解決にそれらを積極的に活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。</li> <li>②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。</li> </ul>

### 3 指導にあたって

#### (1) 教材観

「数学Ⅲ」は、「数学Ⅱ」の履修後に数学に強い興味や関心をもってさらに深く学習しようとする生徒や、将来、数学が必要な専門分野に進もうとする生徒が履修する科目ではあるが、その内容の高度さ、複雑さ、日常生活と結び付けることが容易ではない抽象性のため、技能が習得できると満足してしまう科目であると感じている。しなしながら、高校数学を学ぶ以上、数学Ⅲでの思考こそが、数学的な見方・考え方を一層豊かにするものと考え。したがって、数学Ⅲの特殊なイメージ

を払拭するため、この「微分法のまとめ」という単元では、数学Ⅱの「微分の考え」と数学Ⅲ「微分法」で共通している数学的な思考や、数学Ⅱの「微分の考え」のみでは不足している部分を補う発展な思考に重点を置きしている。微分法の基礎的事項から応用的事項までを網羅的に学習できるような題材を扱い、課題解決の過程で既習事項の振り返りとまとめの時間となるようにしたい。

## (2) 生徒観

本科目は理系の理工学系など受験や進学後に必要のある生徒が選択する科目である。例年、20名程度の選択であるが、本年度は選択者が30名と非常に多くなっている。その要因として、生徒の進路希望もあるが、1・2年次における数学科の丁寧な指導が挙げられる。数学に苦手意識を持たずに数学ⅠⅡABまで学習してきた生徒が多いと感じる。中には、進路選択に高度な数学を進路選択のためには不要の生徒もいるが、そのような生徒も意欲を失っておらず、概ね数学を学習することへの関心・意欲は高い。また、これまでの指導者のおかげで演習中の対話的に学ぶ姿勢が確立されている。したがって、学びの中で、新たな疑問（問い）を、生徒自身が持つことも多く、こちらが設定した題材だけではなく、生徒の疑問を基にした課題設定で、対話的に解決していく場面も多く見られる。ただし、他の事象と関連付けて発展的に考察したり、論理的に考察したりする部分はまだ課題がある。数学Ⅲ以外の単元での学びと、数学Ⅲの「微分法」の学びを関連付けた本単元の題材を通して、生徒に、既習内容を踏まえて考察を深めたり、微分法を活用して論理的に考察したりする力を身に付けたい。

## (3) 指導観

単元「微分法」では、微分可能性や関数の和、差、積及び商の導関数、合成関数の導関数を求めること、三角関数、指数関数及び対数関数の導関数を求めること、導関数を用いることで、グラフの概形をかいたりすることなど、一通りの基本的な概念や原理・法則は、単なる暗記に陥らないように、留意しながら指導してきた。また、関数の局所的性質や大局的性質について理解を深めるために、生徒の理解度によってはコンピュータなどを活用しながら進めてきた。本単元では、既習事項の振り返りとしてだけでなく、数学Ⅱなどの他の科目で履修した内容との継続性・連続性を意識して指導を行う。指導の際は、対話的・協働的な学びを心掛け、発表や討論により主体的に学習を進めるゼミナールのような授業を展開することを目標としている。生徒の多くは、大学へ進学後さらに発展的な学びへ向かっていき、探究的な学びをまさに体現していくこととなるので、「微分法のまとめ」を通じてそのような力を育成したい。また、数学Ⅲまで履修した生徒ならではの数学のよさや奥深さを感じられるような展開を心掛ける。

## 4 単元の指導と評価の計画（計4時間）

次 (時間)	ねらい	学習内容・学習活動	評価規準(評価方法)
1	微分可能と連続性の関係、微分可能であることの定義について理解を基に、考察できるようにする。	発展的な問題を通して、微分可能と連続性の関係、微分可能性について、考察する。	イー①(学習プリント) イー②(学習プリント)
2	いろいろな関数の微分やそれらを活用した問題について理解できるようにする。	特に、三角関数、対数、指数などを正確に微分する。また、自然対数の定義についても確認する。	アー①②(行動観察)

3	2つの数の大小関係を示すために、ある関数に着目し、微分が役立つことに気づき、大小関係の比較に生かすことができるようにする。	自然対数を含んだ数の大小関係について、微分法を用いることでグラフが単調減少であると見通しを持ち、考察する。	ア-③ (行動観察) イ-③ (学習プリント・発表)
4	微分のまとめとして総合問題を演習し、数学Ⅲで学んだ微分法の良さや有用性を振り返ることができる。	微分法を含んだ総合問題の演習を通して、その問題解決の過程を振り返って学習の成果を実感する。	ウ-①② (学習プリント)

## 5 本時の展開

### (1) ねらい

- 関数の変化に着目し、事象の数学的な特徴や既習事項の原理や法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。 【思考・判断・表現】

### (2) 展開

時間	学習内容・学習活動 ○ 質問・発問・指示 S 生徒の反応 ・ 学習活動	指導上の留意事項 ・ 留意点 T 教師の手立て ◇ 評価規準(評価方法)
導入 5分	<p>○宿題の確認をします。</p> <p>○本日の目標の確認をします。</p> <p>○問い</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p>「<math>e^\pi</math>と<math>\pi^e</math> のどちらが大きいか」について、どのように考えればよいだろうか</p> </div>	<p>・復習は、自然対数の定義、複利の金利との関りなど日常との関り、オイラーの公式など。</p>
展開 15分	<p>○解法を予想してみよう</p> <p>S1: 2つを引いて<math>&gt; 0</math>を示す</p> <p>S2: 減法をつかったものは演算がすすまない</p> <p>○数Ⅱではどのように大小比較をしていたか?</p> <p>S: 関数の単調減少・増加の性質を利用している。</p> <p>・グループで協議させる</p> <p>○課題1</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> <p><math>e^\pi</math>と<math>\pi^e</math> について関数として考えることはできないだろうか。</p> </div> <p>○本日の課題を関数化できないか?</p> <p>S: <math>e^\pi</math>は<math>e^x</math> で良いのかな。でも、<math>\pi^e</math>はどう表せば良いのだろう。</p> <p>○指数がある時は、どうすれば平易になるだろうか?</p>	<p>T: 周囲と対話的に学べるように声掛けをする。</p> <p>T: 発言がない場合は、微分を用いた不等式の証明や数Ⅱの既習事項を振り返るよう働きかける。</p> <p>・数Ⅱの教科書データを画面で提示してもよい。</p>
	<p>○本日の課題を関数化できないか?</p> <p>S: <math>e^\pi</math>は<math>e^x</math> で良いのかな。でも、<math>\pi^e</math>はどう表せば良いのだろう。</p> <p>○指数がある時は、どうすれば平易になるだろうか?</p>	<p>・以下、必要な場面で発問するようにする。</p> <p>・良い意見が出ていたら、全体に共有し、対数をとればいいことに気付かせる。</p>

	<p>S:対数をとると、  <math>e^\pi</math>は <math>\pi \log e</math> となり、<math>\pi^e</math>は <math>e \log \pi</math>となるけど、  これは簡単だとは思えないなあ。</p> <p>○<math>\pi \log e</math> や <math>e \log \pi</math> はこのまま考えるのかな。  S1: 比較しやすい形に変形すると良いのかな。  S2: <math>e\pi</math>で割ると、<math>\frac{\log e}{e}</math>, <math>\frac{\log \pi}{\pi}</math> なるよ。  ○この二つの値を見て気づくことはないかな。  S: ある関数の一部ではないだろうか。</p>	<p>・ここで<math>y = \frac{\log x}{x}</math> という関数に気付ける生徒がいればその考えを活かす。</p> <p>◇【思】関数の変化に着目し、事象の数学的な特徴や既習事項の原理や法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。</p>
<p>展開  ②  15分</p>	<p>・個人思考させる。  課題2</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <math>\frac{\log e}{e}</math>, <math>\frac{\log \pi}{\pi}</math> が関数の一部である場合、<math>e &lt; \pi</math> を利用して問いを解決しよう。 </div> <p>S1:関数は、<math>y = \frac{\log x}{x}</math>だと思う。  S2: <math>y = \frac{\log x}{x}</math> のグラフをかいてたしかめてみようかな。</p>	<p>T: グラフがかけない生徒に対しては、どこでつまづいているのか確認する。</p> <p>◇【思】関数の変化に着目し、事象の数学的な特徴や既習事項の原理や法則を数学的に捉え、関連付けたり、問題を解決したりすることができる。</p>
<p>展開  ③  10分</p>	<p>・グループで共有する。  ○それぞれの解答を確認しよう。</p>	<p>・生徒どうしで互いに確認する。  ・わからない部分などを教え合う。</p>
<p>まとめ  5分</p>	<p>○この時間で学んだことを振り返ろう</p>	<p>・学習プリントに書き込む。</p>

## 6 引用・参考文献

- ・文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編（平成30年7月告示）」
- ・数研出版「改訂版 高等学校 数学Ⅲ」「改訂版 高等学校 数学Ⅱ」
- ・国立教育政策研究所「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料 高等学校数学」