

高等学校数学科学習指導案

日 時 令和4年10月7日(金)

第4校時 11:45~12:35

対 象 普通科2年理系数学B(20名)

学校名 北海道八雲高等学校

授業者 教諭 池田賢介

場 所 産業振興棟総合実践室

1 単元名

数学B 第1章 平面上のベクトル 第1節 ベクトルとその演算

教科書：新編 数学B（数研出版）／副教材：3 TRIAL 数学B（数研出版）

2 単元の目標と評価規準

(1) 単元の目標

- ・ベクトルについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、数学的な表現の工夫について認識を深め、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。【知識及び技能】
- ・大きさや向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統一的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付ける。【思考力、判断力、表現力等】
- ・数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を身に付ける。【学びに向かう力、人間性等】

(2) 単元の評価の観点の趣旨・観点別の評価規準

	ア 知識・技能	イ 思考力・判断力・表現力	ウ 主体的に学習に取り組む態度
単元の評価の観点の趣旨	<ul style="list-style-type: none"> ・ベクトルについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解している。 ・数学的な表現の工夫について認識を深めている。 ・事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けている。 	<ul style="list-style-type: none"> ・大きさや向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統一的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付けている。 	<ul style="list-style-type: none"> ・数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとしたり、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとしたりしている。 ・問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。
学習活動に即した具体的な評価規準	<ul style="list-style-type: none"> ①平面上のベクトルの意味、相等、和、差、実数倍、ベクトルの成分表示、ベクトルの内積及びその基本的な性質、位置ベクトルについて理解している。 ②平面図形の性質などをベクトルを用いて表したり、ベクトルで表された方程式の意味を図形に即して読み取ったりする技能を身に付けている。 	<ul style="list-style-type: none"> ①実数などの演算の法則と関連付けて、ベクトルの演算法則を考察することができる。 ②ベクトルやその内積の基本的な性質などを用いて、平面図形の性質を見いだしたり、多面的に考察したりすることができる。 ③数量や図形及びそれらの関係に着目し、日常の事象や社会の事象などを数学的に捉え、ベクトルやその内積の考えを問題解決に活用することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ①事象をベクトルの考えを用いて考察するよさを認識し、問題解決にそれらを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりしている。 ②問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとしている。

3 指導にあたって

(1) 教材観

ベクトルは、特に図形分野において、多面的なアプローチができる重要な概念である。また、ベクトルは、数学が「自然科学を解析・解明するための道具である」と評される所以を実感しやすい内容でもある。小・中学校で扱う数量の多くは、長さ、面積、速さといった大きさのみで表される量、いわゆるスカラーが中心である。高等学校数学では新たに、向きと大きさをもった量という概念を定義し、様々な性質（ベクトルの相等、加法、減法、実数倍等）を考察していくことになるが、生徒の中には「なぜ、このような簡単なこと（数の演算として既知のこと）を、改めて重要な公式のように学ぶのか」と疑問に感じる者がいると予想される。スカラーとベクトルは異なる概念であり、ベクトルを用いて図形の性質を考察するためには、ベクトルの基本的な概念について、当たり前のように思える性質であっても一つ一つ丁寧に確認する必要があることを、しっかりと理解させたい。

なお、本校の2年生は、1年生で履修した「物理基礎」において、力のつり合いや物体の運動についてベクトルを扱うことを学習している。本単元の指導と評価の計画を立てるに当たり、理科の担当教員と連携を図りながら、教科等横断的な学習になるよう工夫したい。

(2) 生徒観

本校は各学年が普通科2間口、商業科1間口の全日制の学校である。本校数学科では、習熟度別の授業を展開しており、普通科の生徒全員が履修する「数学Ⅰ」、「数学A」及び「数学Ⅱ」を3展開、2年生で理系コースを選択した生徒（40名）が履修する「数学B」を20名ずつに分けて2展開で実施し、生徒の学力層に応じた学びやすい環境の構築に努めている。研究授業を行う2年生理系コースの生徒は、2展開に分けた内の上位に所属する20名であり、基本的な概念や性質の理解、計算等の基礎となる「知識及び技能」に苦手意識をもつ者は少ないが、自分の思考の過程を整理したり、数学的な表現を用いて他者に説明したりする力が不十分な者は多い。また、授業中、教師の説明を聴く姿勢や学習活動を黙々とこなす姿勢は見られるが、学習内容を確実に定着させようと類題にチャレンジしたり、さらなる向上を目指して家庭学習に励んだりするなどの主体性を十分に養えているとは言えない状況である。このような現状や生徒が希望する進路先を鑑みて、数学的な知識及び技能を身に付けるとともに、将来社会を担う人材として、解くことが容易でない課題に直面した際に、粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度や、自己の考えを理路整然と説明するために、思考の過程を数学的な表現を用いて簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付けさせたい。

(3) 指導観

ベクトルの定義を学ぶ段階では、新しく定義された概念であることから、交換法則や結合法則など、生徒にとっては当たり前で成立すると思いがちな性質についても丁寧に確認する経験が大切であることを重視して指導したい。また、生徒が主体的に日常の事象や社会の事象を数学的に捉え、与えられた事象を数学化したり、考察したりする活動を通して、ベクトルの考えを問題解決に活用する力を養いたい。特に、ベクトルの和、差、成分表示や内積などの基礎的な内容を習得することによって、図形の性質に関する問題に対して新しいアプローチができ、高次の思考や問題解決にベクトルの考えを活用できるという有用性を実感させ、課題学習に取り組みせることで、主体的に学習に取り組む態度を育成したい。さらに、生徒が事象を視覚的に理解したり、課題を具体的にイメージして考察したりするために、効果的にICTを活用することで、未知の問題を扱う際にもICTを活用した経験が想起され、粘り強く考え、課題の本質を深く考察できるよう指導したい。

4 単元の指導と評価の計画 (計 22 時間)

次 (時間)	ねらい	学習内容・学習活動	評価規準(評価方法)
1 (1)	平面上のベクトルの意味と基本的な用語・記号の意味を理解する。	・有向線分の位置によらず、向きと大きさに着目し、等しいベクトルや逆ベクトルを見つけることで、ベクトルの表記について学ぶ。	ア① (ワークシート)
2 (4)	平面上のベクトルについて、加法、減法、実数倍の定義を理解し、ベクトルを計算したり、演算の図形的な意味を考察したりすることができる。	・ベクトルの加法、減法、零ベクトルの定義を理解し、演算の図形的な意味を考察し作図する。 ・ベクトルの実数倍の定義を理解し、演算の図形的な意味を考察し作図したり、計算したりする。 ・ベクトルの実数倍の定義から、ベクトルの平行条件について考察する。 ・平面上のベクトルが、1次独立である \vec{a} 、 \vec{b} と任意の実数を用いてただ1通りに表されることを理解し、ベクトルの分解について考察する。	ア①② (ワークシート) イ① (ワークシート、小テスト)
3 (3)	ベクトルの成分表示について理解し、ベクトルとその演算についての理解を深め、事象をベクトルの考えを用いて考察するよさを認識する。	・座標平面上でベクトルを考えることを通して、ベクトルの成分表示について理解する。 ・ベクトルの成分表示を用いて、和、差、実数倍を計算し、演算の意味について考察する。 ・ベクトルの成分表示を用いて、ベクトルの大きさや平行条件について考察する。	ア① (ワークシート) イ① (ワークシート、小テスト) ウ① (ワークシート)
【本時】 4 (1)	・日常にある事象を数学化し、課題解決に向けてこれまでに習得した知識・技能をどのように活用するのかを考える。	「事象の数学化」 ・これまでに学んだ成果を整理し、仲間と協働しながら、課題解決を目指す。	イ③ (ワークシート) ウ① (行動観察)
5 (4)	ベクトルの内積の意味や基本的な性質について理解し、内積を活用して平面図形の性質を考察することができる。	・ベクトルの内積を定義し、二つのベクトルのなす角と関連付けて、内積の意味について理解する。 ・内積の定義による式、成分による式を用いて、二つのベクトルの内積やなす角の大きさを求める。 ・内積の定義からベクトルの垂直条件について考察する。 ・二つのベクトルのなす角と関連付けて、内積の基本的な性質について理解する。	ア① (ワークシート) イ② (ワークシート、小テスト)
6 (2)	位置ベクトルの考え方を理解し、位置ベクトルを活用することによって、平面図形の性質を見いだしたり、多面的に考察したりすることができる。	・位置ベクトルの考え方を理解し、位置ベクトルを活用することで、内分点・外分点の考察において形式的な処理ができることを理解する。 ・三角形の重心の位置ベクトルについて考察する。	ア② (ワークシート) イ② (ワークシート、小テスト)
7 (3)	位置ベクトルや内積を活用して平面図形の性質を考察することができ、事象をベクトルの考えを用いて考察するよさを認識する。	・位置ベクトルを用いて、直線上の点を表すことについて考察する。 ・位置ベクトルを用いて、平面図形の性質を証明することについて考察する。 ・内積の性質を用いて、平面図形の性質を証明することについて考察する。	イ② (ワークシート、小テスト) ウ① (ワークシート)
8 (2)	位置ベクトルを用いて、図形をベクトルで表すことについて考察することができる。	・位置ベクトルを用いて直線を表すことについて考察し、直線のベクトル方程式について理解する。 ・位置ベクトルを用いて円を表すことについて考察し、円のベクトル方程式について理解する。	ア② (ワークシート) イ② (ワークシート、小テスト)
9 (2)	本単元の学習内容を振り返り、問題解決にベクトルを活用しようとしたり、粘り強く考え数学的論拠に基づき判断しようとしたりすることができる。	・ベクトルを用いて、三角形の五心の性質について考察する。 ・単元テストにより、知識及び技能、思考力・判断力・表現力等を確認する。	ウ① (ワークシート) ア①②、イ①②、ウ② (単元テスト)

5 本時の展開

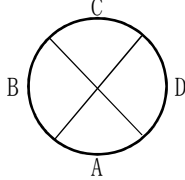
(1) ねらい

- ・物体にかかる力が釣り合うための条件や物体が動く条件を、ベクトルを用いて数学的に表現し、綱引きの戦術を考察することができる。【思考・判断・表現】
- ・既習の知識・技能（力が釣り合う条件・物体が動く条件・ベクトルの加法・合力等）を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを積極的に表明する。【主体的に学習に取り組む態度】

(2) 展開

時間	学習内容・学習活動 S 生徒の反応 ・ 学習活動	指導上の留意事項 ○ 質問・発問・指示 ・ 留意点 T 教師の手立て ◇ 評価規準(評価方法)
導入 5分	<ul style="list-style-type: none"> ・スライドを見る。 ・本時の学習の目標を確認する。 <p>(1) 綱引きを題材に力が釣り合うための条件・物体が動くための条件をベクトルを使って考察しよう。</p> <p>(2) 既習の知識・技能を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを積極的に表現しよう。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・生徒のグループ編成は、4人×5グループとし、事前に準備する。 ・事前にPC, プロジェクター等をセッティングしておく。 <p>T: スライドで四方綱引きという競技を紹介する。</p> <p>T: ワークシートを配付し、本時の目標を確認する。</p> <p>○通常の綱引きは単純に力の強い方が勝つ。しかし、四方綱引きには有効な戦術が存在し、力が強いからといって勝てるわけではない。では、どのような戦術があるのか考えてみよう。</p>
展開 ① 5分	<p>【ウォーミングアップ課題】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>図のようにA君が綱を右向きに10の力で引いている。この綱が動かないようにするには、B君はどの向きにどのくらいの大きさの力で綱を引くとよいだろうか。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・解答を考える。 <p>S: ほぼすべての生徒が正解を導く。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・指名された生徒が答える。 <p>S1: 左向きに10</p> <p>S2: A君と逆の方向に10</p> <ul style="list-style-type: none"> ・解答を考える。 ・指名された生徒は答える。 <p>S1: 右向きに動く。</p> <p>S2:A君の方向に動く。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・スライドを見ながら要点をワークシートに記入する。 	<p>○いきなり本題の4方向の綱引きを考えるのは難しいので、まずは2方向の場合から段階的に考察させる。(ウォーミングアップ課題を提示)</p> <p>○10秒程度考えさせて、代表者に答えさせる。</p> <p>○物体が釣り合っている状態をベクトルを用いた表現で確認する。</p> <p>T1, T2:ベクトルであることを意識させ、向きと大きさがしっかり示されているか確認する。</p> <p>○A君の力が15になったらどうなるかを考えさせる。</p> <p>○20秒程度考えさせて、代表者を指名する。</p> <p>T1, T2:答を確認したらすぐに物体が動く条件をスライドで説明する。</p> <p>○スライドで物体が釣り合う条件、物体が動く条件を確認する。</p>

<p>展開 ② 10分</p>	<p>【課題1】 図のようにA君が北東に10、B君が北西に10の力で綱を引くとき、この綱が動かないようにするにはC君はどの向きにどのくらいの大きさの力で綱を引くとよいか。</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートに文章・図示などで解答を考える。 <p>S1: 南向き(下向き)に10、20、15などではないか。</p> <p>S2: まずAとBの合力を考えてみればよいのではないか。</p> <p>S3: 方向は分かるが、大きさが分からない。</p> <p>S4: 角度の情報が一切なく、解法の糸口が見つからない。</p> <ul style="list-style-type: none"> 指名された生徒は全体の前で解答を説明する。 <p>S4: 南向きに$10\sqrt{2}$である。</p> <p>S5: C君だけ不公平である。</p> <p>【課題2】 3人とも同じ力で引いて、綱が釣り合うためには、どのように綱を引くとよいか。(綱と3人の配置)</p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートに自分の解答を記入する。 <p>S1: バランス的にTの字になればいいのではないか。</p> <p>S2: 課題1のようにYの字になればいいのではないか。</p> <p>S3: でも課題1では力の大きさが均等ではなかった。</p> <p>S4: YはYでも角度が大事なのではないか。</p> <ul style="list-style-type: none"> グループの代表になった生徒は説明する。 <p>S: 360°を3等分した120°ずつに綱を分ける。</p> <ul style="list-style-type: none"> スライドのまとめを見て、ワークシートに要点を記入する。 	<p>○次に段階を1つあげ、3方向の場合を考察させる。(課題1を提示)</p> <p>○3分間で考えるよう指示する。</p> <p>T1: S1の解答が出たら全体で共有し、間違いであることを気付かせる。</p> <p>T2: 作図方法を思い出させる。</p> <p>T3: 作図の際にできた三角形が特徴的な図形であることに気付かせる。</p> <p>T4: 北東、北西という表現を度数法を用いた表現に変換するよう導く。</p> <p>○3分後、代表者を指名する。</p> <p>T4: 「南向きに$10\sqrt{2}$」について解説する。</p> <ul style="list-style-type: none"> 大きさが$10\sqrt{2}$と求められる生徒が少ないと予想されるが、課題3においてグループワークの時間を十分に確保するため、深入りせず簡単に説明・解説にとどめる。 <p>T5: S5のような声が上がったら全体で共有し、この状態で競技を開始すれば公平な綱引きになっていないことを確認する。</p> <p>○課題2を提示し、考察させる。</p> <p>○2分間で考えるよう指示する。</p> <p>T1: そのように考えた理由を尋ね、綱がどう動くかを考えさせ間違いであることを気付かせる。</p> <p>T2: 課題1もYの字であったことを確認し、どのようなYの字かを正確に尋ねる。</p> <p>T3、T4: S2、S3、S4のやりとりを困っているグループに共有する。</p> <p>○2分後、各グループの代表が他3人に説明するよう指示する。</p> <p>T: 3つの力のつり合い・物体が動く条件について、改めてスライドを用いて説明し、要点を確認する。</p>
-------------------------	---	---

<p>展開 ③ 25分</p>	<p>【課題3】 あなたのグループが四方綱引きの大会に参加することになりました。</p> <p>(1) 綱と4つのチームの競技開始時の配置はどのようにすれば公平であるか。</p> <p>(2) 他の3チームは一切移動せず、その場で綱を手前に引く場合、Aチームが1位で勝ち抜けるためにはどのような作戦をとればよいか。 ただし、4チームの力関係は $B(4) > A(3) > D(2) > C(1)$</p> <p>(3) BとCの綱が$60^\circ$の角度をなすように綱を引いてきた。このとき、どのような作戦が有効であるか。ただし、4チームの力関係は互角とし、DはAチームと協力する意思があるものとする。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ルールを把握する。 ・グループ協議を行う。 <p>(1)について S1：問題の意図が分からない。</p> <p>(2)について S2：Bが強いのだから、Bの方に寄っていけば有利になるのではないか。 T3：ジグザグに引く、引くだけでなく押してみる、相手を焦らせるなどの駆け引きをする。</p> <p>(3)について S4：Dはどの程度協力してくれるのか。 S5：2本の綱のなす角を小さくするほど大きな合力が生まれる。</p>	<p>○これまでの課題で考察したことを踏まえ、本題に入る。(課題3を提示)</p> <p>T：四方綱引きのルール確認を行う。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ルールの把握で混乱することがないように、モデル化も含めて単純化しておく。 ・自チームはA,他3チームはB,C,Dとする。 <div style="text-align: center;">  </div> <p>○四方綱引きルールを簡易にして説明する。</p> <ol style="list-style-type: none"> 1 各チームの綱についているマークを自陣エリアの円の線まで引いた上位2チームが勝ち抜け。 2 自陣でないエリアでゴールしてしまったら失格。(途中ではみ出るのはOK) <p>○15分間で、グループ協議の開始を指示する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・課題3(1)については、(2)、(3)を考える際に影響があるため、すぐに答を確認する。 ・(2)、(3)を考察する時間を確保するために、残り時間によっては最初から(1)の答をルールの一つとして提示する。 <p>T1：ルールに即して、平等・公平に競技をスタートできるための条件を考えさせる。課題2で考えたことがヒントになることを伝える。</p> <p>T2：この場合、どのチームが最初に勝つかを確認する。</p> <p>T3：それぞれの行動が数学的にどのような効果があるのかベクトルを用いて考えさせる。</p> <p>T4：Dは自由にAの作戦に乗ってくれることとする。</p> <p>T5：なぜそのようなことが分かるのか。より具体的に考察させる。ベクトルの合力の図示や三角形の辺と角の大きさの関係、余弦定理などが既習事項としてのヒントになる。</p> <p>◇【思考力・判断力・表現力】 力がつり合う条件、物体が動く条件などをベクトルの合力などの数学的な表現を用いて、綱引きの戦術を考察することができる。</p> <p>◇【主体的に学習に取り組む態度】 既習の知識・技能を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを積極的に伝えようとする。</p>
-------------------------	--	--

	<ul style="list-style-type: none"> 各グループが順番に協議した内容を発表する。 YouTube で四方綱引きの動画を視聴し観察する。 S：自分たちで考えた戦術が実際に使われていることを確認し、感動体験を得る。 	<ul style="list-style-type: none"> ○15 分後、各グループの話し合いでまとめた内容を発表するよう指示する。 ・発表の内容に重複があれば、(2)と(3)で分担するなど時間の使い方を工夫する。 ○各グループの考えを聞いた後に、改めてその視点をもってもらった上で YouTube で四方綱引きの動画を観察させる。
まとめ 5分	<p><本時のまとめ></p> <ul style="list-style-type: none"> ワークシートのふり返し欄を記入する。 ワークシートを提出する。 	<ul style="list-style-type: none"> ○ワークシートのふり返し欄を記入するよう指示する。 T：ワークシートを回収する。

6 評価場面において期待される生徒の姿（評価規準）

段階 評価の観点 及び評価方法	A	B	C	D
【思考力・判断力・表現力】 ・問題解決の過程の取り組み状況により判断 (ワークシート)	力がつり合うための条件や物体が動く条件を、ベクトルを用いて数学的に表現し、綱引きの戦術を考察することができる。また、思考の過程を他者に説明することができる。	力がつり合うための条件や物体が動く条件を、ベクトルを用いて数学的に表現し、綱引きの戦術を考察することができる。	力がつり合うための条件や物体が動く条件を、ベクトルを用いて数学的に表現することができる。	力がつり合うための条件や物体が動く条件を、ベクトルを用いて数学的に表現することができない。
【主体的に学習に取り組む態度】 ・グループワークにおける取り組み状況により判断 (行動観察)	既習の知識・技能（力がつり合う条件・物体が動く条件・ベクトルの加法・合力等）を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを積極的に表明し、他者を納得させている。	既習の知識・技能（力がつり合う条件・物体が動く条件・ベクトルの加法・合力等）を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを積極的に表明している。	既習の知識・技能（力がつり合う条件・物体が動く条件・ベクトルの加法・合力等）を活用して、課題解決に向けて、自己の考えを表明しようとする。	既習の知識・技能（力がつり合う条件・物体が動く条件・ベクトルの加法・合力等）を活用して、課題解決に向けて、他者の考えに耳を傾けている。

7 引用・参考文献

- ・文部科学省「高等学校学習指導要領解説 数学編（平成 30 年 7 月告示）」
- ・数研出版「新編 数学B」
- ・国立教育政策研究所「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料 高等学校数学」