２０１９年度　授業改善セミナー

２０１９年１１月１１日

『学びに向かう力・人間性等』の涵養を図るための教材作成の工夫・改善

北海道旭川東高等学校

石本　潤

旭川東高校の紹介

・１９０３年創立の歴史ある学校
・全校生徒８４２名（学級数7，７，７
　→　これから6，６，６　７20名へ）
・学習、行事、部活動に積極的に取り組むことのできるまじめな生徒が多い

旭川東高校数学科

・１年　数Ⅰ・Ａ　６単位
・２年　数Ⅱ・Ｂ　６単位
・３年　（文）数学研究　４単位
　　　　（理）数Ⅲ or 発展数学　６単位
　　　　　　※医進類型クラスあり

教員数は９名→７，８名へ

旭川東高校進路実績

北　大	41名	北医＋旭医＋札医	
東北大	6名	8＋12＋3＝23名	
東京大	3名	一橋大	3名
名　大	1名	東工大	5名
京都大	2名	国公立大学	
大阪大	2名	147＋62＝209名	
九州大	1名	（現役＋浪人の数字です）	

石本潤の自己紹介

1980年生まれ　札幌で２７歳まで過ごす

北海道大学大学院で確率論を専攻していました。

2007年～　紋別高校（６年）

　　３学科併設かつ、普通科はすべて習熟度

2013年～　本別高校（５年）

　　１学級でとっても落ち着いた学習環境

2018年～　旭川東高校（２年目です）

本日の目標

現代の子どもたちの特性に応じた、やる気を引き出す（やる気を削がない）教材を提供すること！

現任校での私の目標

計算技能は備えている生徒に

真の学力を身に付けさせたい

↓

学力を伸ばすのは生徒自身の努力

さて、教師ができることは？？？

私の考える学力観

「知識・技能の習得」を土台とし「学びに向かう力（主体的な学習態度）」を育成し、それらを活用し「思考力・判断力・表現力等」を伸ばしていく。

学習道具の提供

初任時の校長先生からの金言
「生徒が背伸びしたときにギリギリ届くくらいのレベルの教材を提供しましょう」
→　日々の教材研究を！

教材について１

　当然ながら、基本的な題材はすべて教科書の中にある。
　ただし・・・、全国に三百万人ほど高校生がいるのに教科書の構成が数種類だけでいいのか？

教材について２

・例題の設定が難しすぎないか、
or 簡単すぎないか？
・応用例題に解説、ヒントが付きすぎていないか？

教材について３

　数学的な見方・考え方を伸ばすことのできる良問が大学入試問題の中には山ほどある。ただし、全部が全部ではないので、生徒にマッチするものを見つける。

学力を伸ばすために

　数学力を伸ばすために最も必要なのはとにかく「考えること、手を動かして何か書くこと」

　しかし、初見の問題を自力で、短時間で解くのは容易ではない。

現代の子どもの気質？

あまり価値がなさそうで、できそうもないことはあっさり捨てる。

答えが出なさそうなことに無駄な努力は注がない。

無気力傾向がやや強い。

数学嫌い

　思考力等を付けさせたいと思い、適当な難問を選びそのまま与えても、生徒は一切手を付けない。

　できない問題を押し付けられ続けた生徒は数学を捨てる。

現代の子どもの気質！

　ルールや攻略法、目的がはっきりしているゲームなどには驚異的な集中力を向ける。

　意味、価値のある事には意欲的に取り組める。（現金な？）

生徒が頑張れる授業

生徒が自信を持てる環境を！

〇ゴールまでの道のりが明確

×何をしていいのか全く見当がつかない、分からない

×最終ゴール地点が見えない

質の高い教材

生徒が楽しい問題！

〇いろいろと考えながら解く

〇実はこんな別解があった！

×目的の分からない無機質な問題をただ解かされるだけ

学びに向かう力

これならできそうだ！と思える難易度設定と程よい作業量を確保した教材を。簡単すぎてやる気も起きないはダメ。

教材開発のコツ

最初のうちは必要な分だけ補助輪を付けてあげる。

慣れてきたら、次第に自分の力だけで進んでいけるようになるはず！

時間の管理

授業の狙いを達成することに的を絞ったプリント作りを。

・時間がかかるだけのグラフや表なら、あらかじめ準備しておく

・各作業の時間配分を指示

記述力ＵＰのために

私はデザイン性を重視します。

必ず実際に、自分で手書きで解答を作ってみて、適切な解答スペースかどうかを確認。

時間の限り添削指導を。

課題、今後の目標

・単元の指導計画に組み込めるような教材を各分野で作成していきたい。

・表現力について、セルフチェック可能な教材を作りたい。

ご清聴ありがとう
ございました

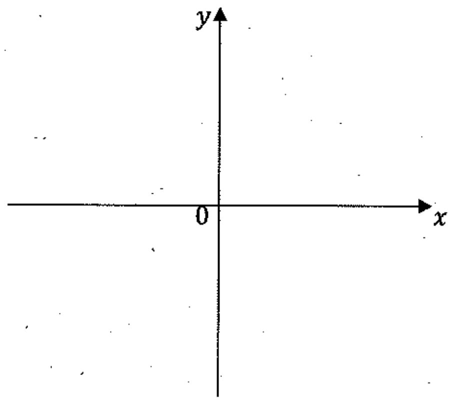
９月１９日（木）授業プリント

参考資料
1

例題

曲線 $y^2 = x^2(1 - x^2)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

① さて、まずは図形のおおよその形はかけるかな？
（難しく考えずストレートに攻めてみよう）



② 面積を求めるための式を立ててみましょう。

③ 定積分を計算しましょう。

答え S＝

この問題のポイント

１１月１１日（月）授業プリント　　　　　　参考資料 2

演習問題　※まずは黒板に書いて数分考えさせてからプリント配布する。

2 次方程式 $x^2 - mx - m + 8 = 0$ が異なる 2 つの正の解をもつように、定数 m の値の範囲を求めよ。

① 最初に考えてみた方向性はどうでした？

Aコース　2 次方程式の解を出してみて、あれこれ計算する。

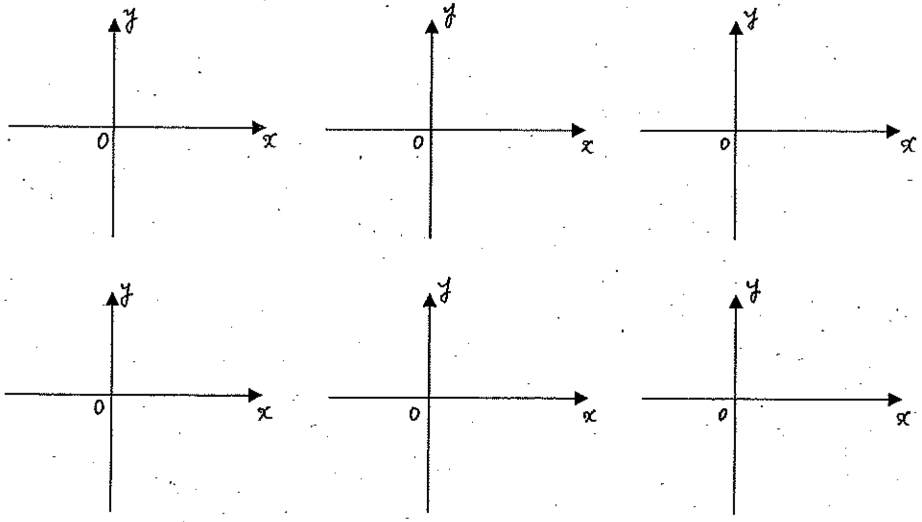
Bコース　(98 ページの話)「2 次方程式 $f(x) = 0$ の解は・・・である。」を利用する。

その他

② 98 ページの話を思い出して（教科書見直して）、問題を書き換えましょう。

「2 次　　　　$= x^2 - mx - m + 8$ が　　　と　　　　　で異なる 2 つの共有点をもつとき」を考えるとよい！

③ ②の状態を図で表してみましょう。あることに気づいてほしいので、枠はたくさん用意しました。



④ ③の図を見て、必ず満たされていなければならない条件を 3 つ見つけましょう！

(i) 頂点の x 座標が

(ii) 頂点の y 座標が

(iii) y 切片が

⑤ ④の 3 条件を不等式で表現しましょう。

(i)

(ii)

(iii)

⑥ ⑤を連立させて、最終的な範囲を求めよう。

答え ______________________

この問題のポイント

9月19日（木）授業プリント （2次曲線はまだ学習していない段階です．） 参考資料3

例題
曲線 $y^2 = x^2(1-x^2)$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

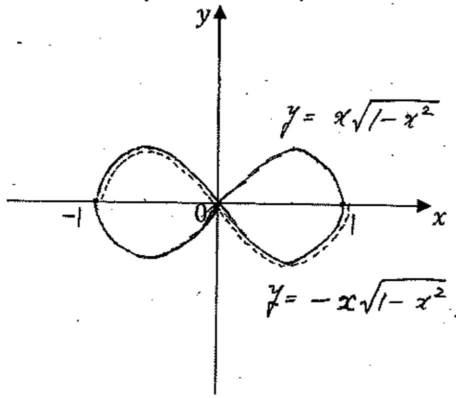
※式の形より、x軸，y軸に関して対称である！

① さて、まずは図形のおおよその形はかけるかな？
（難しく考えずストレートに攻めてみよう）

・$y^2 = x^2(1-x^2)$ より、

$$y = \pm\sqrt{x^2(1-x^2)}$$
$$= \pm x\sqrt{1-x^2}$$

定義域は $-1 \leqq x \leqq 1$



$$y' = \pm\sqrt{1-x^2} - x\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}}$$
$$= \pm\frac{1-3x^2}{\sqrt{1-x^2}} \text{ より、}$$

$x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$ で極値をとる

$x=0 \to y=0$
$x=1 \to y=0$
$x=-1 \to y=0$

$x^2 = \frac{1}{3}$
↓
$y^2 = \frac{2}{9}$
$y = \pm\frac{\sqrt{2}}{3}$

② 面積を求めるための式を立ててみましょう。

$$S = \int_{-1}^{0}\left(-x\sqrt{1-x^2} - x\sqrt{1-x^2}\right)dx + \int_0^1\left\{x\sqrt{1-x^2} - \left(-x\sqrt{1-x^2}\right)\right\}dx$$
$$= 2\left(\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx - \int_{-1}^{0} x\sqrt{1-x^2}\,dx\right)$$

※対称性を用いると、 $S = 4\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$ だけ！

③ 定積分を計算しましょう。

$\sqrt{1-x^2} = t$ とおくと、 $1-x^2 = t^2$ より、 $-2x\frac{dx}{dt} = 2t$，

$x\frac{dx}{dt} = -t$ ，

x	$0 \to 1$
t	$1 \to 0$

なので、

$$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx = \int_1^0 t(-t)\,dt = \left[\frac{t^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}.$$

同様に $\int_{-1}^{0} x\sqrt{1-x^2}\,dx = -\frac{1}{3}$

よって、 $S = 2\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{3}$.

答え $S = \frac{4}{3}$

$\boxed{\text{この問題のポイント}}$

◎ グラフに「対称性」があるときは大いに利用する！
（2乗の形，三角関数に多い）

・グラフは基本的には「$y = \cdots$」の式があると描けるので、できるならばこの形にしてみよう．

△ その際には、y'を求めて概形くらい調べてみる

☆ ③の計算は次のようにしてもよい．

$$\left\{-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}\right\}' = -\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\cdot(-2x) = x\sqrt{1-x^2} \text{ なので、}$$

$$\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx = \left[-\frac{1}{3}(1-x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^1 = \frac{1}{3}.$$

１１月１１日（月）授業プリント　　　参考資料 4

※まずは黒板に書いて数分考えさせてからプリント配布する。

演習問題

２次方程式 $x^2-mx-m+8=0$ が異なる２つの正の解をもつように、定数 m の値の範囲を求めよ。

① 最初に考えてみた方向性はどうでした？

Ａコース　２次方程式の解を出してみて、あれこれ計算する。

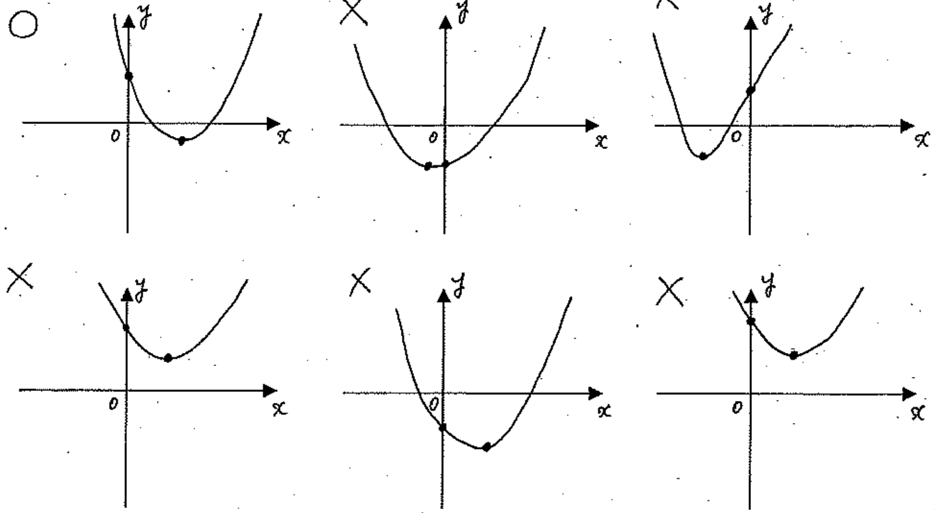
Ｂコース　（98 ページの話）「2 次方程式 $f(x)=0$ の解は・・・である。」を利用する。

その他

② 98 ページの話を思い出して（教科書見直して）、問題を書き換えましょう。

「2 次関数 $y=x^2-mx-m+8$ が x 軸と正の部分で異なる２つの共有点をもつとき」を考えるとよい！

③ ②の状態を図で表してみましょう。あることに気づいてほしいので、枠はたくさん用意しました。



④ ③の図を見て、必ず満たされていなければならない条件を３つ見つけましょう！

(i) 頂点の x 座標が 正である.

(ii) 頂点の y 座標が 負である.

(iii) y 切片が 正である.

頂点：
$$y=x^2-mx-m+8$$
$$=\left(x-\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2}{4}-m+8$$
$$=\left(x-\frac{m}{2}\right)^2-\frac{m^2+4m-32}{4}$$

⑤ ④の３条件を不等式で表現しましょう。

(i) $\frac{m}{2}>0$

(ii) $-\frac{m^2+4m-32}{4}<0$

(iii) $-m+8>0$

⑥ ⑤を連立させて、最終的な範囲を求めよう。

(i), (ii), (iii) の不等式の解はそれぞれ

$m>0$ — ①

$m<-8,\ 4<m$ — ②

$m<8$ — ③

①〜③より、

答え　$4<m<8$

5 2次方程式　　98ページ.

2次関数 $y=ax^2+bx+c$ …… ①

のグラフが x 軸と共有点をもつとする。

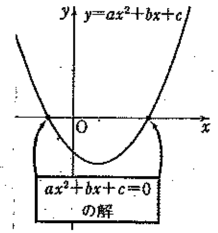
その共有点の y 座標は 0 であるから，共有点の x 座標は，

2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ …… ②

の解である。

したがって，2次関数 ① のグラフと x 軸の共有点について知りたいとき，2次方程式 ② の解について調べればよい。

また逆に，2次方程式 ② の解について知りたいとき，2次関数 ① のグラフを利用すると，解を視覚的にとらえることができる。



私は教科書の説明を重要視して授業を行っております。

この問題のポイント

◎ 方程式 $f(x)=0$ の実数解と関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点が対応していることを利用できるようになる.

「視覚」でとらえることの価値を知る.

お絵描き歌的な

・いくつか定点を指定すれば、条件を満たすグラフが容易に描ける.

☆ $x=\frac{m\pm\sqrt{D}}{2}$ として、$m-\sqrt{D}>0$ という条件で計算しても O.K.

Ｎｏ．２（4月12日）

実数 $a,\ b,\ c$ に対し、関数 $f(x)=x^3-3ax^2+bx+c$ を考える。
1次関数 $g(x)$ があり、$f(x)$ とその導関数 $f'(x)$ は、すべての x に対し等式
$f(x)=f'(x)g(x)-6x$ を満たしているとする。

(1)　b と c を a で表せ。

(2)　3次方程式 $f(x)=0$ が異なる3個の実数解をもつように、a の値の範囲を定めよ。

＜2019 北海道大学・文系第４問＞

スライド 22　参考資料 5

【アイディアの下書き・計算スペース】

$$(3x^2-6ax+b)(px+q)-6x$$
$$=3px^3-6apx^2+bpx-3qx^2-6aqx+bq-6x.$$

このB5サイズの枠の中に収める解答をデザインする力をつけさせる。
「言葉の説明」，「図・表」は外せないことが多いので、計算をいかにポイントをおさえて表現できるか！

$p=\frac{1}{3}$,　$a=\frac{2}{3}a-q \rightarrow q=-\frac{1}{3}a.$

$\frac{2}{3}b=-6a\left(-\frac{1}{3}a\right)-6=2a^2-6$ より.

$b=3a^2-9.$

$c=(3a^2-9)\left(-\frac{1}{3}a\right)=-a^3+3a.$

$$3x^2-6ax+3a^2-9=3(x^2-2ax+\underbrace{a^2-3}_{(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})})$$
$$=3\{x-(a+\sqrt{3})\}\{x-(a-\sqrt{3})\}.$$

$$f(a\pm\sqrt{3})=\underbrace{f'(a\pm\sqrt{3})}_{\text{ここは}0.}g(a\pm\sqrt{3})-6(a\pm\sqrt{3})$$
$$=-6(a\pm\sqrt{3}).$$

3年＿組＿＿番　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿　＿＿＿分で解いた

(1)　$f'(x)=3x^2-6ax+b$ である.

$p,\ q$ を実数として、$g(x)=px+q$ とおくと $f(x)=f'(x)g(x)-6x$ より、

$$x^3-3ax^2+bx+c=3px^3-3(2ap-q)x^2+(bp-6aq-6)x+bq$$

これが x についての恒等式なので、両辺の係数を比べると、

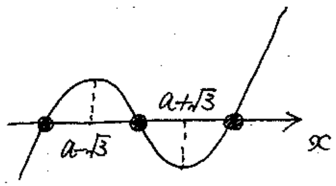
$$\begin{cases}1=3p\\ a=2ap-q\\ b=bp-6aq-6\\ c=bq\end{cases}$$

これをまとめると、$b=3a^2-9$，$c=-a^3+3a$.

(2)　(1)より、$f'(x)=3x^2-6ax+3a^2-9=3\{x-(a-\sqrt{3})\}\{x-(a+\sqrt{3})\}$.

$f(x)$ の増減表は次のようになる.

x	$\cdots$	$a-\sqrt{3}$	$\cdots$	$a+\sqrt{3}$	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗



3次方程式 $f(x)=0$ が異なる3個の実数解をもつには

$y=f(x)$ のグラフが右上の図のようになるとよい.

極大値が正，極小値が負になればよいので、

$f(a-\sqrt{3})>0$，$f(a+\sqrt{3})<0$ であればよい.

$f(x)=f'(x)g(x)-6x$ と，$f'(a\pm\sqrt{3})=0$ を用いると,

$f(a-\sqrt{3})=-6(a-\sqrt{3})$，$f(a+\sqrt{3})=-6(a+\sqrt{3})$ なので,

求める a の値の範囲は　$-\sqrt{3}<a<\sqrt{3}$.

スライド 23　参考資料 6

※実際は A4サイズです。

数学Ⅰ　単元シラバス
第3章　2次関数　第2節　2次方程式と2次不等式

【技】…【知識・技能】、【見】…【数学的な見方や考え方、思考・判断・表現力など】、【向】…【学びに向かう力】

ページ	解説	練習問題	4 STEP	主な内容	目標（評価規準） 目標を達成できたか、自分に問いかけたり、友達に聞いてみたりする	観点	難易度	理解度
98	例10	27	172	2次方程式（因数分解）	因数分解を利用した２次方程式の解き方を理解して、解を求めることができる。	技	1	
99 100	例11	28	174	2次方程式（解の公式）	2次方程式の解の公式の証明方法を理解して、それを用いて解を求めることができる。	技	1	
101 102	例12	29	177	2次方程式の判別式	判別式と2次方程式の実数解の個数との関係を理解して、実数解の個数を求めることができる。	技	1	
	例題9 例題10	30 31	178 179	2次方程式の判別式の利用	判別式を用いて、解の条件が与えられた2次方程式の文字係数の値の範囲を求めることができる。	技	1	
103	例13 例14	32	182	2次関数のグラフとx軸との共有点の座標	2次関数のグラフとｘ軸との共有点の座標を求めることができる。	技	1	
104 -106	例15	33	183	2次関数のグラフとx軸との位置関係	2次関数のグラフとｘ軸との共有点の個数を、2次方程式の判別式で求めることができる。	技	1	
	応用例題 7	34	186	2次関数のグラフとx軸との位置関係	グラフとｘ軸との位置関係が与えられた2次関数の文字定数項の値の範囲を求めることができる。	見	2	
109	例16	35	195	1次不等式の解とグラフ	不等式の解を直線のグラフを用いて表すことができる。	見	1	
110 111	例17			2次不等式の解とグラフ	グラフを利用することで、2次不等式の解がどのように与えられるか理解している。	見	3	
	例18 例19	36	197	2次不等式の解（共有点2個：因数分解）	グラフの共有点が2個あるタイプの２次不等式を因数分解を利用して解くことができる。	技	1	
112	例題11	37	198	2次不等式の解とグラフ（共有点2個：解の公式）	グラフの共有点が2個あるタイプの２次不等式を解の公式を利用して解くことができる。	技	2	
	問7	38	199	2次不等式の解（共有点2個、2次係数マイナス）	先頭の係数が負である２次不等式を正しい式変形で解くことができる。	技	2	
113	例20	39	200	2次不等式の解（共有点1個）	共有点が1個あるタイプの２次不等式をグラフを利用して4パターンに分類し解くことができる。	見	3	
	例21	40	201	2次不等式の解（共有点なし）	共有点がないタイプの２次不等式をグラフを利用して2パターンに分類し解くことができる。	見	3	
116	応用例題 8	41	205	2次方程式の判別式の利用	判別式を用いて、解の条件が与えられた2次方程式の文字係数の値の範囲を求めることができる。	技	2	
117	応用例題 9	42 43	209	2次不等式の解の種類	解が与えられている2次不等式の文字係数の値の範囲を求めることができる。	技	2	
	例題12 問8	44 45	202 203	2次不等式の連立不等式	２次不等式の連立不等式の解が求められる。（数直線を利用する）	技	2	
				2次方程式の解の種類	実数解の値に関する条件が与えられている2次方程式の文字係数の値の範囲を求めることができる。	向	3	